



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Edileide dos Santos Alves

A Geometria Dinâmica no estudo e classificação dos Triângulos:
adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o
GeoGebra

Rio Tinto – PB
2016

Edileide dos Santos Alves

A Geometria Dinâmica no estudo e classificação dos Triângulos:
adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o
GeoGebra

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima
Castro de Assis

Rio Tinto – PB
2016

A474g

Alves, Edileide dos Santos.

A geometria dinâmica no estudo e classificação dos triângulos: adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o GeoGebra. / Edileide dos Santos Alves. – Rio Tinto: [s.n.], 2016.

98 f. : il.-

Orientador (a): Prof. Dr. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

Monografia (Graduação) – UFPB/CCAEE.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Geometria - matemática. 3. Triângulo - geometria.

UFPB/BS-CCAEE

CDU: 51(043.2)

A Geometria Dinâmica no estudo e classificação dos Triângulos: adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o GeoGebra

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro Assis

Aprovado em: 13 / 06 / 2016

BANCA EXAMINADORA

Cibelle de Fátima Castro de Assis
Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro Assis (Orientadora) – UFPB/CCAE

Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva
Prof.^a Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva – UFPB/CCAE

Givaldo de Lima
Prof.^a Ms. Givaldo de Lima – UFPB/CCAE

*Ao meu esposo, minha família e orientadora pelo
incentivo, paciência e apoio ao meu sucesso.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela sabedoria e capacidade concedida, por me fazer forte nas horas difíceis e não me deixar desistir.

Ao meu esposo pelo intenso apoio e incentivo acreditando plenamente na minha capacidade quando nem eu mesma acreditava.

Agradeço a minha família pela paciência e compreensão nas horas que estive ausente, ajudando sempre quando precisei.

Agradeço carinhosamente a minha orientadora pela paciência e dedicação que ofereceu durante minha trajetória acadêmica e durante todo esse trabalho, preocupando-se com cada detalhe para que nosso objetivo fosse alcançado com sucesso.

Aos professores presentes na banca examinadora, por terem aceitado participar desse momento importante, colaborando para aperfeiçoar essa pesquisa.

“Sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino”.

Paulo Freire

RESUMO

Neste trabalho temos como objetivo investigar as possibilidades e contribuições da Geometria Dinâmica do software Geogebra para o Estudo dos Triângulos no Ensino Fundamental quando comparadas as abordagens convencionais apresentadas nos livros didáticos. Trata-se de uma pesquisa exploratória e do tipo pesquisa participante desenvolvida em uma escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio situada na cidade de Guarabira com uma turma de 8º ano e a respectiva professora regente. Para alcançarmos tal objetivo primeiramente realizamos um levantamento bibliográfico sobre a Geometria Dinâmica e o estudo dos triângulos, posteriormente selecionamos exercícios do livro didático utilizado pela escola de referência e adaptamos tais exercícios para serem aplicados ao software Geogebra e, por fim realizamos uma intervenção didática na escola, onde desenvolvemos a atividade adaptada e analisamos junto com a professora a viabilidade da proposta. Diante da pesquisa realizada, observamos que o professor de matemática e os alunos não conheciam a geometria dinâmica do software Geogebra, mas familiarizaram-se facilmente com o aplicativo. A literatura visitada confirmou sobre as possibilidades e contribuições da Geometria Dinâmica para o estudo da Geometria e com as atividades propostas em sala de aula percebeu-se motivação dos alunos sobre o estudo dos triângulos. A partir dos movimentos feitos nos triângulos no Geogebra conseguiram fazer suas próprias análises sobre as questões abordadas. A professora, apesar de seguir as abordagens do livro didático percebeu a contribuição do software para o ensino e aprendizagem do estudo dos triângulos e de suas propriedades.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica. Geogebra. Propriedades dos triângulos.

ABSTRACT

In this work we aim to investigate the possibilities and contributions of Dynamic Geometry of Geogebra software for the Study of Triangles in elementary school when compared to conventional approaches presented in textbooks. This is an exploratory research and also an research participant developed in a State school of elementary and high school in the city of Guarabira with a group of 8th year and their teacher regent. To achieve this goal first conducted a bibliographic study on the dynamic geometry and the study of triangles, then select textbook exercises used by the reference school and adapt these exercises to be applied to the Geogebra software and finally perform a didactic intervention in school where we develop the adapted activity and analyze together with the teacher the viability of the proposal. Given the survey, noted that the math teacher and the students did not know the dynamic geometry software GeoGebra, but familiarized themselves easily with the application. The review of literature confirmed about the possibilities and contributions of Dynamic Geometry for the study of geometry and the activities proposed in class was perceived motivation of the students in the study of triangles. From the movements made in the triangles in Geogebra they managed to make their own analysis of the issues addressed and about. The teacher, despite of following the approaches the textbook realized the contribution of software for teaching and learning the study of triangles and their properties.

Keywords: Dynamic Geometry. Geogebra. Properties of triangles .

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Apresentação de um Triângulo e seus elementos	24
Figura 2 – Atividade sobre propriedades e comparação de triângulos.....	26
Figura 3 – Atividade sobre semelhanças de figuras planas	28
Figura 4 – Atividade envolvendo relações métricas.....	28
Figura 5 – Tela principal do Geogebra	32
Figura 6 – Construção de um Triângulo Retângulo no Geogebra.....	35
Figura 7 – Atividade de “mover figuras”	38
Figura 8 – Mostrando objetos escondidos na Janela de álgebra do Geogebra	38
Figura 9 – Atividade sobre observação dos ângulos de um triângulo	40
Figura 10 – Diferença entre desenhos e construções.....	42
Figura 11 – Atividade proposta para o estudo de ângulos externos de um triângulo.....	44
Figura 12 – Recorte de exercício sobre classificação dos Triângulos	49
Figura 13 – Recorte do exercício 1 do livro	51
Figura 14 – Recorte apresentando os protocolos de construções da atividade 1.....	54
Figura 15 – Demonstração das construções dos triângulos na atividade 1	55
Figura 16 – Recorte apresentando a questão <i>a</i> da atividade 1	55
Figura 17 – Recorte apresentando as questões <i>b, c, d</i> da atividade 1	56
Figura 18 – Apresentação das questões <i>a, b, c, d</i> da atividade 2.....	57
Figura 19 – Demonstração da atividade 2 no geogebra.....	57
Figura 20 – Apresentação das questões <i>a, b, c</i> da atividade 3.....	58
Figura 21 – Registro do aluno A para a questão <i>a</i> da atividade 1	61
Figura 22 – Registro da aluna C para questão <i>b</i> da atividade 1	62
Figura 23 – Registro da aluna D para questão <i>b</i> da atividade 1	63
Figura 24 – Registro do aluno E para questão <i>c</i> da atividade 1.....	63
Figura 25 – Registro do aluno E para questão <i>d</i> da atividade 1	64
Figura 26 – Construção de triângulo Escaleno Retângulo no Geogebra.....	66
Figura 27 – Recorte demonstrando tabela da atividade 3.....	68
Figura 28 – Primeiro recorte do exercício do livro	72
Figura 29 – Segundo recorte do exercício do livro	73
Figura 30 – Terceiro recorte do exercício do livro	74
Figura 31 – Resposta da professora entrevistada sobre questionamento da didática do livro..	74

Figura 32 – Pergunta 1 com respostas da professora	76
Figura 33 – Pergunta 2 com respostas da professora	76
Figura 34 – Pergunta 3 com respostas da professora	77
Figura 35 – Pergunta 4 com respostas da professora	78
Figura 36 – Pergunta 5 com respostas da professora	79
Figura 37 – Pergunta 6 com resposta da professora	79
Figura 38 – Pergunta 7 com respostas da professora	79
Figura 39 – Pergunta 8 com resposta da professora	80

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Organização das Partes e Unidades que tratam dos Triângulos na coleção de livros do Projeto Araribá Matemática 2010	48
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Apresentação do Tema	14
1.2	Problemática e Justificativa	17
1.3	Objetivos.....	20
1.3.1	Objetivo Geral	20
1.3.2	Objetivos específicos.....	20
1.4	Considerações Metodológicas	21
2	REFERÊNCIAL TEÓRICO	24
2.1	O Estudo dos Triângulos no Ensino Fundamental	24
2.2	O recurso da Geometria Dinâmica e o software Geogebra na Matemática	30
2.3	Integrando a Geometria Dinâmica do GeoGebra e o estudo dos Triângulos	34
3	ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA	46
3.1	Caracterizando a Escola	46
3.2	Caracterizando a turma 8º ano B.....	46
3.3	Os Triângulos no livro didático Projeto Araribá Matemática da escola.....	46
3.4	A Intervenção na escola.....	51
3.4.1	O planejamento da Intervenção didática	52
3.4.2	O desenvolvimento da Intervenção didática.....	59
3.4.3	Relato da intervenção no 8º ano B sobre as atividades com o Geogebra.....	60
3.4.4	A influência da Geometria Dinâmica no estudo dos triângulos	61
3.5	As entrevistas com o professor.....	70
3.5.1	Resultados da Primeira entrevista.....	70
3.5.2	Resultados da Segunda entrevista.....	75
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
	REFERÊNCIAS	84
	APÊNDICES	

APÊNDICE A – ROTEIRO DE ATIVIDADES.....	89
APÊNDICE B – PLANO DE AULA	92
APÊNDICE C – ROTEIRO DA PRIMEIRA ENTREVISTA PARA O PROFESSOR.....	95
APÊNDICE D – ROTEIRO DA SEGUNDA ENTREVISTA PARA O PROFESSOR.....	97

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema

O uso da Geometria tem seu registro no Brasil em 1648, a partir da necessidade dos soldados em suas atividades militares, e desde então esta área da Matemática passou por momentos de alternância da sua presença no cenário educacional. De acordo com Pires, Curi e Campos (2000) citados por Assis e Bezerra (2011), até antes dos anos 1970 a Geometria era tida como uma disciplina importante no currículo, mas:

[...] com o movimento da Matemática Moderna – MMM, ela [geometria] passou a ser uma matéria escolar de segundo plano, ocupando, nos livros didáticos, os últimos capítulos, os quais, na maioria das vezes, o professor deixava de lado alegando não ter dado tempo de ensiná-la. (PIRES, CURI e CAMPOS, 2000, apud ASSIS e BEZERRA, 2011, p. 88).

Para Pavanello (1993) o abandono da Geometria pode ter ocorrido a partir do surgimento da Lei 5692/71, que concede às escolas a escolha de aplicá-la ou não nas salas de aulas. Com o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, no final da década de 1990, foram estabelecidas as diretrizes para o ensino atual da Geometria (SENA; DORNELES, 2013) oportunidade em que a maioria das propostas curriculares voltou-se para o resgate do ensino da Geometria.

Apesar de no início do século XXI o ensino da Geometria ter ganhado novo impulso e diversas pesquisas terem surgido para inová-la, percebe-se de certo modo, ausência de um tratamento significativo nas escolas públicas. Para Sena e Dornelles (2013) é fato que o ensino da Geometria no Brasil, desde algum tempo, não é tido como prioridade na Educação Básica, gerando um descaso que permanece até os dias atuais.

Nessa discussão sobre o papel da Geometria na educação e na pesquisa matemática, Pavanello (1993) afirma ainda que existem diferentes opiniões entre os matemáticos, mas a mais reconhecida em todo o mundo é a de que a Geometria deve contribuir de forma fundamental para construção do conhecimento matemático durante o processo da escolarização.

Passos (2000) faz observações considerando-a como um dos “[...] ramos da Matemática que pode estimular o interesse pelo aprendizado dessa ciência, pois pode revelar a realidade que rodeia o aluno, dando oportunidades de desenvolver habilidades criativas.” (PASSOS, 2000, p. 49).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) os conceitos geométricos são de grande importância no Ensino Fundamental, pois o aluno passa a desenvolver particularmente “[...] um pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1997, p. 39).

Passos (2000) afirma que:

A geometria se constitui em um campo de conhecimento muito importante para a descrição e a interrelação do homem com o espaço em que vive, podendo ser considerada, como parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade, sendo portanto, fundamental na formação dos alunos. (PASSOS, 2000, p. 1).

Porém, para Passos (2000) “[...] avaliações realizadas por órgãos responsáveis pela educação dos Estados brasileiros ou pelo Ministério da Educação, mostram a ausência de conexão entre as propostas de ensino elaboradas pelos órgãos governamentais e os resultados constatados nas escolas.” (PASSOS, 2000, p. 41).

Sabe-se que apesar da importância do ensino da Geometria, esse vem sendo deixado em segundo plano e muitas vezes abordado de forma superficial (PASSOS, 2000). A referida autora descreve que:

As experiências geométricas se apresentam de forma muito espontânea para as crianças, por meio de atividades naturais de exploração de objetos e do espaço físico em que elas se desenvolvem. Entretanto, quando a criança ingressa na escola, muitas vezes não são oferecidas oportunidades de desenvolver ideias geométricas que aproveitem o potencial que ela traz consigo. (PASSOS, 2000, p. 49).

Outro aspecto deste contexto é a questão da formação docente. Passos (2000) conjectura sobre pesquisas anteriores, à saber, Passos (1995), Moura (1993), Araújo (1990), Furió et al. (1992), as quais mostram que quando professores de matemática durante seu processo de formação acumulam carências sobre essa ciência, isso irá interferir futuramente de forma negativa em sua prática pedagógica, principalmente quando esta formação sucede sobre as séries iniciais do Ensino Fundamental. Nascimento (2012) diz que:

O ensino a Geometria apresenta problemas de desempenho docente em face de que parte dos professores não quer aprofundar estudos por falta de base na sua vida escolar, ou então, porque não sabem usar as tecnologias mais simples, mediante a utilização dos instrumentos: régua, compasso, transferidor, esquadro, bem como, as tecnologias de computação entre elas: informática básica, programas educativos em matemática, entre outras, de uma maneira segura e eficiente. (NASCIMENTO, 2012, p. 30).

Diante inúmeras discussões sobre o processo histórico da Geometria no Brasil e suas finalidades “o que se propõe hoje é que o ensino de Matemática possa aproveitar ao máximo os recursos tecnológicos, tanto pela sua receptividade social como para melhorar a linguagem expressiva e comunicativa dos alunos.” (BRASIL, 1998, p. 46).

Assim, trazemos para o estudo da Geometria, os ambientes de Geometria Dinâmica. Estes podem ser excelentes recursos para que o professor explore com mais ênfase as construções, características e propriedades do objeto estudado.

Um ambiente de Geometria Dinâmica oferece ao indivíduo a oportunidade de construir e manipular o objeto, preservando invariantes e relações instituídas, e assim, eles podem criar estratégias importantes para a construção do conhecimento geométrico. (JUNQUEIRA, 1994, p. 3). Os programas de Geometria Dinâmica permitem que a experimentação seja feita de forma mais detalhada e específica. Para Alves e Sampaio (2010), o uso desses programas:

[...] permite o alargamento do campo de experimentação em relação ao oferecido pelo desenho no ambiente papel-lápis, limitado por razões materiais, como a imprecisão do traçado, impossibilidade de tornar invisível temporariamente uma parte do desenho e a limitação do número de elementos a gerar. (ALVES; SAMPAIO, 2010, p.74).

De acordo com Gravina (1996) utilizando programas de Geometria Dinâmica os alunos podem desenvolver uma construção, caso tenham noções básicas do conceito estudado e podem também a partir de uma construção já oferecida manusear o aplicativo para descobrir novos conceitos. Para Alves e Sampaio (2010) eles “apresentam vantagens não somente pelas funcionalidades do editor gráfico, mas também pelos conhecimentos geométricos que os integram.” (ALVES; SAMPAIO, 2010, p. 74). Além disso:

Quando o usuário movimenta as figuras (‘clitando’ e deslocando o mouse), elas conservam as propriedades que lhes haviam sido atribuídas em sua criação. Algumas destas propriedades que se mantêm invariantes quando construídas corretamente são o paralelismo, o perpendicularismo, a proporcionalidade das medidas de comprimento e a simetria de pontos (rotação de 180°). (ALVES; SAMPAIO, 2010, p. 74).

O grande desafio é que ainda há resistência em adequar a tecnologia às práticas atuais e este é um trabalho a ser feito de forma gradativa. De certa forma, esse estudo visa apresentar às escolas públicas e aos professores de Matemática do Ensino Fundamental, algumas possibilidades que os softwares de Geometria Dinâmica oferecem, particularmente o

Geogebra, ao entendimento da Matemática. Nossa estratégia partiu da comparação com recursos tradicionais de ensino, à saber, o livro didático, o quadro/lousa e giz/caneta, considerando o recorte no estudo de Triângulos do livro didático da escola, a partir de uma intervenção em sala de aula com alunos e entrevistas com o professor de Matemática.

Nossa intenção também é incentivar o professor de Matemática a utilizar recursos tecnológicos que possuem dentro da escola, para disponibilizarem aos estudantes maiores possibilidades de aprendizagem e para a melhoria do rendimento escolar nesta disciplina.

1.2 Problemática e Justificativa

Durante a graduação, o nosso envolvimento em projetos institucionais como o Programa de Licenciatura - PROLICEN, intitulado “*Informática Educativa na Escola: Utilização do Geogebra no desenvolvimento de conteúdos matemáticos do Ensino Médio*” realizado nos anos 2013 e 2015 e, no Programa de Extensão Universitária - PROEXT denominado “*Infomat - Inclusão Digital no Ensino de Matemática em Escolas Públicas do Litoral Norte da Paraíba*” realizado em 2014, permitiu uma aproximação da realidade escolar e diagnosticar três escolas públicas quanto ao uso de tecnologias na educação matemática.

De fato, observamos que as instituições públicas investigadas dispõem de recursos tecnológicos como, por exemplo, computadores e tablets, mas que os mesmos geralmente não são utilizados para fins pedagógicos. Entre os motivos, encontram-se a falta de experiência de docentes em trabalhar com tais recursos e a persistência na ideia de que os recursos tradicionais, como lápis, papel e lousa são suficientes para o ensino e aprendizagem da matemática. (ALVES; ASSIS, 2015).

Neste contexto, alguns trabalhos publicados entre os quais “*A matemática e os desafios para a integração das tecnologias digitais no ensino médio de escolas públicas: ações de formação no contexto do projeto Prolicen*” (ALVES; ASSIS, 2015) e “*Inclusão Digital e o Ensino de Matemática em Escolas Públicas: Vivências no Programa Infomat/ Proext*” (ALVES; ASSIS; MARTINS, 2015) trazem recortes de nossas experiências vivenciadas dentro de instituições públicas, tratando-se do uso de tecnologias e recursos digitais na educação matemática.

Diante de tais experiências constatou-se que as três escolas públicas visitadas no Estado da Paraíba, possuem boa estrutura física, mas ainda requerem melhorias inclusive nos laboratórios de informática, pois, apesar das escolas possuírem o espaço, haviam ajustes a

serem feitos, como por exemplo, problemas na instalação elétrica, parte dos computadores sucateados e sala sem manutenção de limpeza. (ALVES; ASSIS; MARTINS, 2015).

Referindo-se a utilização de tecnologias digitais por parte dos professores, constatamos que em uma das escolas, apesar dos professores mostrarem estar inseridos no mundo tecnológico, 69% não utiliza o laboratório de informática para aulas de matemática, os principais fatores apontados pelos docentes na pesquisa foram: “as escolas não possuem computadores suficientes para todos os alunos, a falta de recursos para se trabalhar, a dificuldade dos alunos sobre a informática e a falta de preparação dos próprios professores para utilizar a tecnologia em suas aulas.” (ALVES; ASSIS; MARTINS, 2015, p. 6).

Sobre os alunos, mesmo estando inseridos com tecnologias e terem acesso a dispositivos móveis, tablets e computadores no cotidiano, constatou-se que utilizam destes recursos mais como um meio de entretenimento do que para ampliar seu nível de aprendizagem por meio de jogos educativos, softwares, planilhas eletrônicas ou aplicativos que pudessem apoiá-los enquanto estudantes, para obterem melhores rendimentos (ALVES; ASSIS; MARTINS, 2015).

Diante da experiência adquirida ao longo da graduação e a partir da participação em tais projetos, surgiu a aspiração de trabalhar com a Geometria Dinâmica no ensino da Geometria e com a intenção de apresentarmos a professores e alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de instituições públicas uma proposta que evidenciasse as diferenças entre o tratamento convencional apresentado nos livros didáticos para o estudo dos triângulos e aquela na qual utilizamos um software de Geometria Dinâmica.

O interesse pelo tema “estudo dos triângulos” ocorreu a partir de vivências em salas de aulas de escolas públicas a partir da disciplina de Estágio Supervisionado II, onde observamos aulas de professores de matemática. Foi onde nos deparamos com alunos que demonstraram não ter muita afinidade com este tema e professores que não diversificavam suas metodologias de ensino para lecionar tal conteúdo.

Em relação ao software Geogebra, a escolha e afinidade por trabalhar com este recurso se deu a partir das experiências vivenciadas em aulas de Informática Aplicada a Matemática, enquanto aluna graduanda, passando a utilizá-lo com frequência como ferramenta de apoio aos estudos diários. Surgem também a partir das experiências vivenciadas nas oficinas realizadas pelos projetos Prolicen e Proext, citados anteriormente, onde podemos a partir de leituras nos aprofundar teoricamente sobre suas possibilidades e limitações, observando também o quanto sua aplicabilidade pode colaborar para o ensino e a aprendizagem da matemática.

A partir de então, acreditamos que a contribuição da Geometria Dinâmica do Geogebra para o estudo dos triângulos será positiva, uma vez que este aplicativo disponibiliza ferramentas para trabalhar os conceitos, as classificações, características, elementos, propriedades, condições de existência de um triângulo, entre outros assuntos relacionados a este tema. De acordo com Petla (2008), o Geogebra permite articular duas formas de representação de um objeto matemático:

O programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. (PETLA, 2008, p. 20).

Destacamos ainda a possibilidade de conceituar o objeto estudado a partir da visualização gráfica, surgindo espontaneamente questionamentos, argumentações e deduções. (NASCIMENTO, 2012, p. 17).

No contexto das escolas públicas, houve um aumento significativo de investimentos na área de informática visando a melhoria da educação. De fato, basta acompanharmos o último relatório do Censo Escolar, no qual o Laboratório de Informática é um dos recursos mais disponíveis nas escolas públicas (BRASIL, 2013). Porém, o que nossa experiência tem revelado é que nem sempre se têm utilizado no cotidiano os recursos e as estratégias didáticas que potencializem as aprendizagens dos alunos por meio da informática.

A utilização do computador nas escolas é uma oportunidade para que os educadores repensem novas metodologias de ensino. Porém, o uso não é suficiente para que a prática pedagógica seja mudada, pois há desafios a serem superados e para alcançar melhorias na educação é preciso promover transformações nas ações de alguns profissionais atribuindo aos seus saberes, por exemplo, conhecimentos adequados sobre tecnologias para que esses possam utilizá-los com eficiência em sala de aula e que os recursos possam auxiliá-lo em sua prática pedagógica e na aprendizagem de seus alunos (ALVES; ASSIS, 2015).

Ainda há resistência por parte de alguns professores para a introdução das tecnologias em sala de aula e são inúmeras as razões para isso. (CANAVARRO; MOREIRA; ROCHA, 2008). O professor ao utilizar tecnologias em sua sala de aula deve estar atento às novas tendências e às mudanças que surgem, “[...] tem de aprender a perceber o que é mais adequado às suas práticas e encontrar formas produtivas e viáveis de integrar novos recursos no processo de ensino/aprendizagem da matemática.” (CANAVARRO; MOREIRA; ROCHA, 2008).

Nascimento (2012) reflete que:

Apesar de haver uma consciência por parte de muitos educadores em relação ao *software* no âmbito educacional, o que se pode enfatizar é que nem sempre os *softwares* educativos têm chegado à sala de aula, mesmo quando computadores estão disponíveis. Um dos motivos para o fato ora citado é a dificuldade de formar os professores no uso da tecnologia. (NASCIMENTO, 2012, p. 36).

Neste sentido, é possível reproduzir em um ambiente informatizado ações que pouco contribuem para a compreensão e para a construção do conhecimento matemático. Portanto, buscaremos nesta pesquisa responder ao seguinte questionamento: quais as contribuições e possibilidades trazidas pelos softwares de Geometria Dinâmica (Geogebra) para o estudo dos triângulos: classificação quanto aos lados e ângulos, quando comparadas às propostas convencionais apresentados nos livros didáticos?

Acreditamos que quando professores levam estas ferramentas para sala de aula, eles dão oportunidades para o aluno despertar seu interesse pela Matemática, a qual pode passar a ser considerada como uma matéria interessante, os fazendo perceber a importância de sua utilização não só em sala de aula como no cotidiano.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar as possibilidades da Geometria Dinâmica do software GeoGebra para o estudo dos Triângulos considerando a classificação quanto aos lados e ângulos a partir de adaptações de propostas do livro didático do 8º ano do Ensino Fundamental.

1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançarmos o objetivo geral, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- Elaborar uma proposta didática com uso do GeoGebra envolvendo atividades de classificação quanto aos lados e ângulos de triângulos adaptada de livros didáticos;
- Desenvolver a proposta elaborada com alunos no laboratório de informática da escola;

- Entrevistar o professor de matemática da escola de referência sobre a proposta elaborada e a relação com o livro didático;
- Analisar as contribuições e possibilidades que a Geometria Dinâmica do software Geogebra em comparação com as propostas de um livro didático relativo ao estudo dos triângulos considerando a classificação quanto aos lados e ângulos.

1.4 Considerações Metodológicas

A proposta que se apresenta, do ponto de vista de sua abordagem considerará, segundo Moresi (2003) que o ambiente natural será “a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave, não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas” (MORESI, 2003, p. 8). De acordo com o autor citado, a nossa pesquisa será realizada a partir de coleta de dados e não utilizaremos dados em números para explicar os fatos que iremos investigar.

A partir de nosso objetivo principal, caracterizamos esta pesquisa como exploratória. De acordo com Gil (2002, p.41) este tipo de pesquisa “têm como objetivo proporcionar familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses”. O autor reflete que estas pesquisas:

[...] têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado. (GIL, 2002, p. 41).

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos utilizados, esta se classifica como uma pesquisa participante, a qual “caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas” (GIL, 2002, p. 55). Para Moresi (2003) a pesquisa participante “não se esgota na figura do pesquisador. Dela tomam parte pessoas implicadas no problema sob investigação, fazendo que a fronteira pesquisador/pesquisado, ao contrário do que ocorre na pesquisa tradicional, seja tênue”. (MORESI, 2003, p. 10).

Para o atendimento aos objetivos apresentados, geral e específicos, esta pesquisa foi desenvolvida em quatro fases as quais serão destacadas a seguir.

- **Primeira fase – Levantamento bibliográfico.** Foi realizado um levantamento bibliográfico a partir de livros e artigos científicos que tratam do estudo dos triângulos, da Geometria Dinâmica e do Geogebra, informática na escola e sobre o

desenvolvimento e estudo da Geometria no Brasil. Como principais autores e documentos podemos citar: Pavanello (1993), Passos (2000), a Matriz de Referência de Matemática do Saeb/Prova Brasil (2011), os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), PNLD (2014), Silva e Penteado (2009), Nascimento (2012), Pereira (2012), Ponte, Oliveira e Candeias (2009) entre outros.

- **Segunda fase – Seleção e adaptação de atividades.** Nesta fase da pesquisa escolhemos uma escola pública da cidade de Guarabira para a realização desta e das fases seguintes. Buscamos a coleção de livros didáticos de matemática, para o Ensino Fundamental adotada na escola de referência, a partir da qual investigamos e apresentamos (Capítulo 3) a abordagem dada para o estudo dos triângulos, dando maior ênfase para o livro do 8º ano. Em seguida pesquisamos e selecionamos entre os exercícios e propostas do livro didático aquela que seria adaptada para o desenvolvimento de novas atividades e que pudesse ser trabalhada no software Geogebra. Assim foi escolhida a abordagem do livro didático para o estudo dos triângulos considerando a classificação quanto aos lados e ângulos. Foi elaborado um roteiro de atividades (Apêndice A), um plano de aula contendo os detalhes da proposta da atividade adaptada (Apêndice B).

- **Terceira fase – Intervenção didática na escola.** Nesta fase ocorreu a intervenção didática conforme o Plano de Aula na presença do professor e foi realizada no laboratório de informática da escola. Esta aplicação foi realizada no horário de aula. Os alunos e professores receberam um roteiro de atividades impresso para o acompanhamento da aula. Também elaboramos dois roteiros para entrevistas que foram gravadas (Apêndice C e Apêndice D) a serem realizadas com um professor de Matemática da escola. No primeiro roteiro tratamos sobre o perfil do professor e sobre a abordagem do livro didático para o tema do estudo dos triângulos: classificação quanto aos lados e ângulos. No segundo roteiro tratamos sobre a abordagem das atividades adaptadas para o Geogebra e sobre as possibilidades e contribuições que o software ofereceu para o desenvolvimento do conteúdo. Antes da intervenção foi realizada a primeira entrevista com a professora e no fim da intervenção foi realizada a segunda entrevista.

- **Quarta fase – Avaliação das propostas.** Após a aplicação das atividades da fase anterior, fizemos uma análise quanto às possibilidades e contribuições da Geometria Dinâmica e do software Geogebra sobre o Estudo de Triângulos: Classificação quanto aos lados e ângulos. E observamos também a viabilidade da proposta para o ensino e a aprendizagem. Para esta fase utilizamos todos os registros obtidos durante a intervenção, como exemplo, filmagens, os registros no roteiro de atividades entregue aos alunos, os registros dos alunos no Geogebra, a partir dos roteiros de entrevistas entregue a professora e além dos fatos ocorridos no ambiente.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O Estudo dos Triângulos no Ensino Fundamental

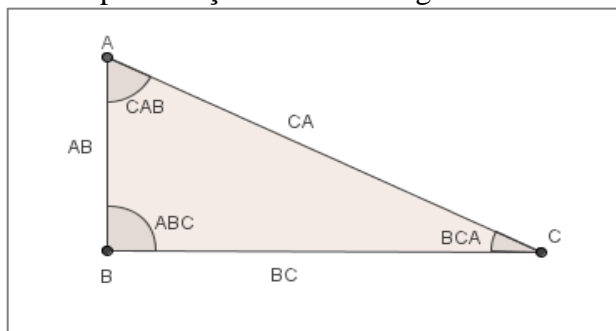
A Geometria e o estudo dos Triângulos, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) referentes ao 3º e 4º ciclos pertencem ao bloco de conteúdos Espaço e Forma. Para o documento citado, “o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.” (BRASIL, 1998, p. 51).

Destaca que no terceiro ciclo “as atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras.” (BRASIL, 1998, p. 68).

No quarto ciclo, os PCN (1998) apontam que a Matemática deve a partir da Geometria explorar casos de aprendizagem onde os alunos sejam estimulados a “produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança” (BRASIL, 1998, p. 82), casos esses que podem ser trabalhados com ênfase no estudo dos Triângulos.

De acordo com Rezende e Queiroz (2008) um triângulo é um polígono que possui três lados e é composto pelos seguintes elementos: três *vértices*, por exemplo, os pontos A, B e C, três *lados*, por exemplo, os segmentos AB, BC e CA, e possui ainda três *ângulos internos*, que neste exemplo, são ABC, BCA e CAB. (REZENDE; QUEIROZ, 2008, p.32). Conforme a Figura 1.

Figura 1 – Apresentação de um Triângulo e seus elementos



Fonte: Própria dos autores.

Os autores citados acima destacam ainda que quanto às medidas relativas de seus lados, um Triângulo pode ser classificado em: **equilátero**, quando têm os três lados congruentes; **isósceles**, possui dois lados congruentes entre si e o terceiro lado é chamado base do triângulo isósceles; **escaleno**, quaisquer dois de seus lados têm medidas diferentes (QUEIROZ, REZENDE, 2008, p. 32).

Em relação à medida dos seus ângulos Queiroz e Rezende (2008) definem que um triângulo pode ser: **retângulo**, quando possui um ângulo reto. Neste caso, o lado oposto ao ângulo reto é chamado hipotenusa e os outros dois são chamados catetos; **acutângulo**, possui os três ângulos agudos; **obtusângulo**, quando possui um ângulo obtuso; **equiângulo**, quando possui os três ângulos dois a dois congruentes.

Em alguns livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, a exemplo de “Matemática Ideias e Desafios” dos autores Mori e Onaga (2012) o estudo dos Triângulos é abordado no 7º ano a partir do seu conceito e classificação quanto seus lados e ângulos. No entanto, dependendo do livro didático, como exemplo do “Projeto Araribá Matemática” do editor Leonardo (2010) é a partir do 8º ano que o estudo dos Triângulos aparece com mais ênfase, pois aborda diversos resultados relacionados, por exemplo, propriedades, congruência, simetria, elementos de um Triângulo, semelhança, área de um triângulo, desigualdade triangular, teoremas envolvendo triângulos, entre outros.

Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) trazem como conceitos e procedimentos importantes para os triângulos no quarto ciclo “Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos; Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales; Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras” (BRASIL, 1998, p. 89).

Os PCN (1998) trazem algumas orientações didáticas para o bloco de conteúdos Espaço e Forma e para o estudo dos Triângulos nos anos finais do Ensino Fundamental. Em relação ao campo de figuras geométricas, o documento reflete que “[...] inúmeras possibilidades de trabalho se colocam. Por exemplo, as atividades de classificação dessas figuras com base na observação de suas propriedades e regularidades.” (BRASIL, 1998, p.123). Ainda segundo os PCN (1998):

As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. (BRASIL, 1998, p. 126).

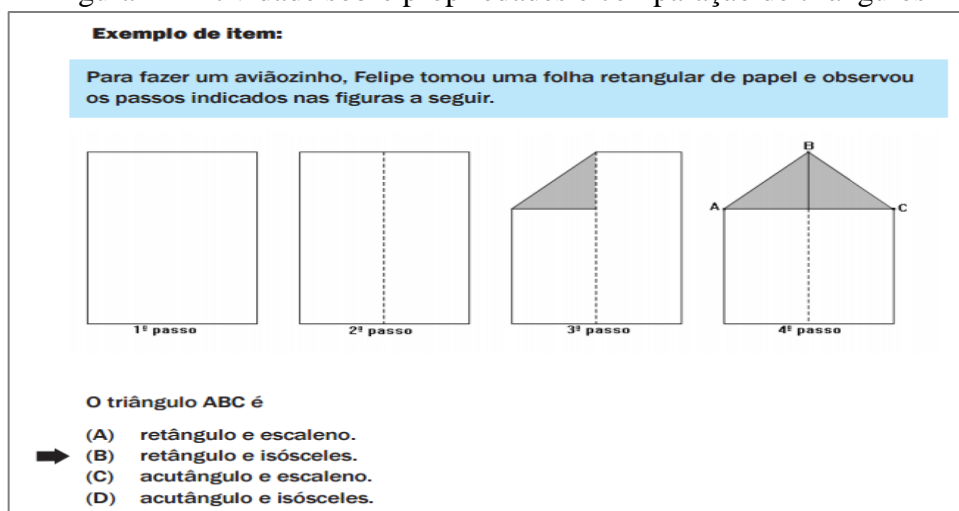
Mas para construir esse caminho juntamente com o aluno é necessário utilizar a articulação própria entre o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. (BRASIL, 1998, p. 126). Porém, esse tipo de abordagem não estabelece provas matemáticas, o documento confirma que “Apesar da força de convencimento para os alunos que possam ter esses experimentos com material concreto ou com a medição de um desenho, eles não se constituem provas matemáticas.” (BRASIL, 1998, p.127). A partir do quarto ciclo, as observações do material concreto devem ser elementos que ajudem a criar conjecturas e processos que levem às justificativas mais formais. (BRASIL, 1998, p. 127).

Outro documento da Educação Básica consultado neste estudo foi a Matriz de Referência de Matemática do Saeb/Prova Brasil (2011) para o Ensino Fundamental que trazem a partir de seus Descritores, alguns objetivos a serem contemplados para o estudo de triângulos, à saber, o Descritor 3 – “Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.” (BRASIL, 2011, p. 152). Pretende-se avaliar com este descritor:

A habilidade de o aluno reconhecer as propriedades de triângulos e aplicá-las utilizando-se da comparação. Pode-se, por exemplo, propor problemas contextualizados nos quais são conhecidos dois ângulos de um triângulo é solicitada a medida do terceiro, ou problemas cuja resolução requeira o conhecimento das propriedades dos triângulos equiláteros, isósceles ou retângulos. (BRASIL, 2011, p. 157).

A Figura 2 demonstra um exemplo de atividade abordada para avaliar o descritor 3 citado acima, onde a letra (B) em destaque corresponde à resposta correta.

Figura 2 – Atividade sobre propriedades e comparação de triângulos



Fonte: PDE – Saeb/Prova Brasil (2011, p. 158).

De acordo com o Plano de Desenvolvimento da Educação – PDE – Saeb/ Prova Brasil (2011) houve 27% de respostas sobre a alternativa “A”, o que indica que:

[...] boa parte dos alunos identifica a formação de um ângulo reto na construção proposta, mas não reconhece um triângulo escaleno. Talvez o desconhecimento seja da terminologia. Os 31% que optaram pelas duas últimas alternativas não identificaram o ângulo reto no triângulo formado. (BRASIL, 2011, p. 158).

Para melhor desenvolver essa habilidade o PDE- Saeb/Prova Brasil (2011) destaca a importância de:

[...] atividades dirigidas para serem executadas em grupo nas quais os alunos construam vários tipos de triângulos, façam medidas e discutam suas propriedades. As conclusões devem ser discutidas com todos e as propriedades constatadas devem ser sistematizadas e enfatizadas pelo professor. (BRASIL, 2011, p. 158).

Destacamos ainda, o Descritor 7 – “Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.” (BRASIL, 2011, p. 162). Deve-se avaliar “A habilidade de o aluno verificar a semelhança de figuras planas, reconhecendo a manutenção ou a alteração nas medidas dos elementos das figuras (lados, ângulos, alturas, etc).” (BRASIL, 2011, p. 162).

Para desenvolver essa habilidade com mais ênfase, o material sugere que:

Devem ser claramente diferenciados os conceitos entre semelhança e congruência de polígonos, especialmente de triângulos. Diversas atividades devem ser propostas, com ampliações ou reduções de figuras. Os alunos devem medir os elementos das figuras obtidas (lados, ângulos, alturas) e compará-los com os correspondentes da figura de origem. Essa prática norteará as conclusões sobre a manutenção das medidas dos ângulos e as razões de semelhança entre as figuras. (BRASIL, 2011, p. 163).

A Figura 3 apresenta uma demonstração de uma atividade que aborda os objetivos citados anteriormente.

Figura 3 – Atividade sobre semelhanças de figuras planas

Exemplo de item:

No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu a seus alunos que medissem a sombra de Júlio e a da estaca. Os alunos encontraram as medidas de 2m e 5m, respectivamente, conforme ilustram as figuras abaixo.

A altura da estaca mede

(A) 3,6m. ➡ (B) 4m. (C) 5m. (D) 8,6m.

Fonte: PDE – Saeb/Prova Brasil (2011, p. 162).

Porém de acordo com a avaliação realizada, “apenas 30% dos alunos mostraram dominar esta habilidade. Os demais provavelmente repetiram a medida da primeira figura ou somaram números apresentados nas figuras.” (BRASIL, 2011, p. 163).

Outro destaque sobre o estudo dos triângulos é o Descritor 10 – “Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.” Pretendendo-se avaliar a “habilidade de o aluno resolver problemas utilizando as relações métricas nos triângulos retângulos, em especial, o Teorema de Pitágoras.” (BRASIL, 2011, p. 165).

A Figura 4 demonstra um exemplo para o item citado acima.

Exemplo de item:

Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto de casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura ao lado.

De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em

(A) 200 m. ➡ (B) 400 m. (C) 800 m. (D) 1 400 m.

Fonte: PDE - Saeb/ Prova Brasil (2011, p.165).

O resultado para esta atividade foi inquietante, pois:

Menos de $\frac{1}{5}$ da população avaliada mostra domínio da habilidade. A grande proporção de alunos que marcaram as alternativas incorretas indica que estes entendem que a medida da hipotenusa corresponde à soma das medidas dos catetos. Os 31% que assinalaram “A” ou “C” simplesmente repetiram uma das medidas ou subtraíram os valores dados. (BRASIL, 2011, p. 166).

As sugestões dadas para o desenvolvimento dessa habilidade de forma válida é que o descritor 10 traz um tema que está sempre aplicado ao cotidiano do aluno e com isso, há uma grande variedade de problemas que podem ser levados à sala de aula (BRASIL, 2011, p.166). Aborda ainda que:

O professor pode estimular seus alunos a resolver questões bem práticas como: calcular a distância de um ponto no solo até o topo de um poste de iluminação; calcular a medida da diagonal do piso da sala de aula; calcular o tamanho mínimo de uma escada usada para atingir o telhado de um prédio. (BRASIL, 2011, p. 166).

Diante os aspectos apresentados sobre o estudo dos Triângulos e da Geometria é importante ressaltar novamente que de forma geral os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) mostram que:

[...] a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1998, p. 122).

Destacam que “mesmo no início do terceiro ciclo os alunos usam ainda de forma bastante espontânea sua percepção para representar figuras; aos poucos, essa espontaneidade tende a diminuir e é substituída por uma tendência de apoiar-se nos métodos do professor.” (BRASIL, 1998, p. 126).

Contudo, é preciso destacar de maneira ampla, a importância da Geometria, pois além de um excelente método para resolver problemas de diversas áreas, segundo Mocrosky, Mondini, Estephan (2012):

[...] favorece o processo de abstração e generalização das relações percebidas ao estarmos no mundo, contribuindo para a articulação entre o intuitivo e o formal, abrangendo os aspectos históricos trazidos pela atividade exclusivamente geométrica à abertura aos meios algébricos, só para exemplificar. (MOCROSKY; MONDINI; ESTEPHAN, 2012, p. 2).

As observações sobre o Estudo dos Triângulos contido tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) como no Plano de Desenvolvimento da Educação do Saeb/Prova Brasil (2011) nos mostram a importância de se estudar os Triângulos. O conhecimento sobre este é de grande relevância tanto para formação dos discentes como para os docentes. Pois, Maia (2008) enfatiza dizendo que o Triângulo na Geometria disponibiliza uma grande diversidade de implicações teóricas, por isso é importante que docentes investiguem como é abordado e o quê desse estudo se é aplicado em sala de aula.

2.2 O recurso da Geometria Dinâmica e o software Geogebra na Matemática

De acordo com Cardoso et al. (2013) o desenvolvimento de softwares, direcionados especificamente para estudos relacionados à geometria plana, surge a partir de dificuldades encontradas em “construir e explorar os elementos da Geometria Plana, bem como assimilar conceitos e identificar propriedades em figuras e elementos geométricos”. (CARDOSO, et al. 2013, p. 515).

Um exemplo de software desenvolvido para este fins são os softwares de Geometria Dinâmica. A Geometria Dinâmica e Interativa (GDI) “[...] é a implementação computacional da “geometria tradicional” aquela usando as tecnologias régua, compasso e esquadro (TRCE).” (NASCIMENTO, 2012, p. 38). Segundo Nascimento (2012) o termo “Dinâmico” utilizado em Geometria Dinâmica:

[...] pode ser bem mais entendido como oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional. E o termo “Interativo” é que, após o aluno realizar uma construção, ele pode alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha a construção, preservando as propriedades originais. (NASCIMENTO, 2012, p. 38).

Por sua característica principal de poder modificar objetos em estudo sem alterar a construção dos mesmos, pode-se dizer:

[...] que a GDI é uma geometria do tipo: uma construção por N testes, enquanto a tradicional TRCE é do tipo uma construção por um teste, desta forma torna um laboratório dentro do computador, onde possibilita, a partir

de uma única construção, efetuar um número arbitrário de testes, o que seria praticamente impossível com a TRCE. (NASCIMENTO, 2012, p. 129).

Silva e Penteado (2009) definem softwares de Geometria Dinâmica como aqueles que possibilitam a construção e o manuseio de objetos geométricos no computador, e acrescentam que:

[...]o que diferencia um software de Geometria Dinâmica dos demais é a possibilidade de “arrastar” a figura construída utilizando o mouse. Esse procedimento permite a transformação da figura em tempo real. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 4).

Os programas construídos dentro dos princípios da Geometria Dinâmica, para Gravina, (1996) se caracterizam por serem ferramentas de construção de desenhos de objetos e configurações geométricas feitos a partir das propriedades que os definem.

Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas intrínsecas ao problema. (GRAVINA, 1996, p. 7).

Silva e Penteado (2009) reforçam que a utilização de softwares de Geometria Dinâmica no ensino e aprendizagem da matemática proporcionam uma melhor visualização e a oportunidade de construir e manipular em detalhes o que está sendo trabalhado, de forma mais rápida e simples.

Existem diversos softwares de Geometria Dinâmica, inclusive alguns gratuitos que são de fácil acesso e entre os quais destacamos o Dr. Geo, que de acordo com a Secretaria de Estado da Educação do Paraná (2010) é um software para construções geométricas que pode ser utilizado tanto na Matemática como na Física e o estudante pode “explorar, de maneira interativa, noções como óptica, cinemática e relações trigonométricas além de permitir fazer cálculo de ângulos, interseção e equações de retas.” (PARANÁ, 2010, p. 6).

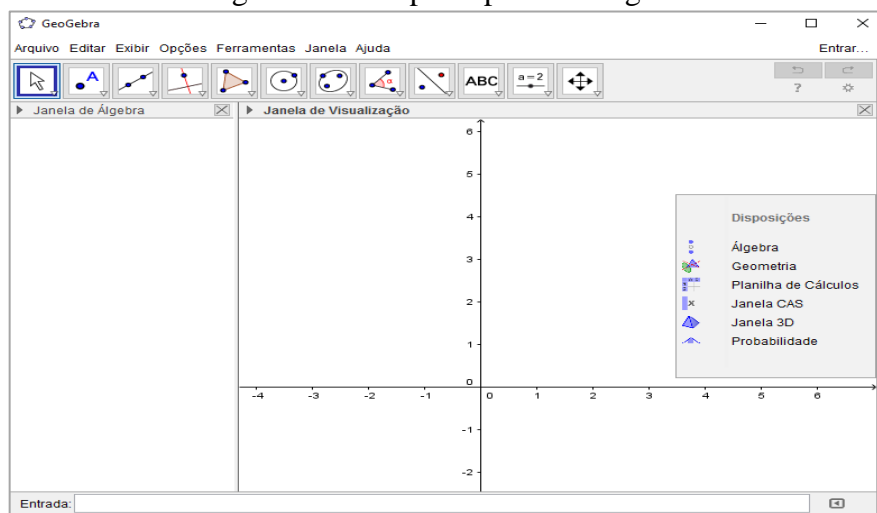
Outro exemplo, temos o Tabulae, um software de Geometria Dinâmica que contém funcionalidades geométricas, vetoriais e calculadora, se diferencia dos demais pela possibilidade de “[...] um usuário pode enviar em tempo real sua construção para outro usuário através da Internet. Dessa forma, um aluno pode colaborar com seus colegas de maneira a resolver problemas em conjunto ou solucionar dúvidas com um professor/tutor.” (BARBASTEFANO; MATTOS; GUIMARÃES, 2004, p. 4).

Dentre os softwares de Geometria Dinâmica, daremos maior ênfase ao software Geogebra que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter. É um aplicativo gratuito destinado ao ensino fundamental até o superior, escrito em Java e com disponibilidade em múltiplas plataformas (PEREIRA, 2012, p. 31). No ensino e aprendizagem da Matemática tem-se que este aplicativo está velozmente conquistando todo o mundo (NASCIMENTO, 2012, p. 128).

O Geogebra como software de Geometria Dinâmica possui a capacidade de juntar “ferramentas tradicionais da geometria, com as mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.” (PETLA, 2008, p. 20).

Sobre a utilização do software Geogebra, Cardoso et al. (2013) cita que “se dá, basicamente, com o uso do *mouse*. Sua interface é composta por uma barra de *menu*, uma barra de ferramentas, a janela algébrica, a janela geométrica, a janela de entrada algébrica ou de texto, um *menu* de comandos e dois *menus* de símbolos” (CARDOSO, 2013, p. 516). Apresentaremos na figura 5 a tela principal do software Geogebra, na versão 5.0.

Figura 5 – Tela principal do Geogebra



Fonte: Própria dos autores.

Observa-se na figura 5 a janela de álgebra à esquerda, a janela geométrica ou de visualização à direita e logo abaixo encontra-se o campo de entrada de textos. Entre as várias funcionalidades do Geogebra e possibilidades, Petla (2008) destaca que é possível:

[...] realizar construções utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas bem como funções e alterar todos esses objetos dinamicamente após a construção estar finalizada, explorando a parte geométrica do software. Ainda podem ser incluídas equações e coordenadas diretamente. Assim, o

Geogebra é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. (PETLA, 2008, p. 20).

Petla (2008) chama atenção dizendo que apesar do Geogebra ser intuitivo e autoexplicativo dando oportunidades de iniciantes terem a capacidade de utilizá-lo, é necessário para isso que os usuários tenham conhecimentos sobre a matemática estudada.

Tratando-se de sua utilização para determinados temas, Cardoso (2013) destaca que na educação básica, especificamente no ensino fundamental, o software Geogebra é bem mais utilizado na Geometria Euclidiana e para o estudo de Funções Afim e Quadráticas. E para o ensino e aprendizagem especificamente da Geometria, o Geogebra vem se tornando uma importante ferramenta. Nascimento (2012) afirma que:

A habilidade de visualização, a facilidade de manipulação dos desenhos, a argumentação lógica e a aplicação na busca de soluções para problemas são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões importantes para a matemática e outras áreas do conhecimento (NASCIMENTO, 2012, p. 86).

Didaticamente, a utilização do Geogebra “[...] no ensino da geometria constitui um caminho que o professor pode seguir na perspectiva de chegar a uma maior satisfação em relação à aprendizagem dos alunos e, por conseguinte, o uso dessa aprendizagem no contexto de sua vida.” (NASCIMENTO, 2012, p. 40).

Segundo Kotsko (2011), o Geogebra é uma ferramenta que pode melhorar o ensino e aprendizagem da matemática, pois suas ferramentas:

[...] permite concebê-lo como um aliado poderoso para trabalhar com algumas barreiras relativas à aprendizagem da matemática que orientam a prática docente, como: as generalidades, as diversidades de aprendizagem, motivação, os aspectos abstratos e invariantes da matemática e etc. (KOTSKO, 2011, p. 9).

Utilizando os softwares de Geometria Dinâmica professores e alunos têm algumas facilidades em sala de aula, entre elas, mais “agilidade na investigação, pois construções geométricas que tomariam certo tempo para serem realizadas no papel são obtidas em segundos na tela do computador”. (PEREIRA, 2012, p. 29). Além disso, Pereira (2012) acrescenta que muda o tipo de abordagem da aula e possibilita mais caminhos de resolução dentro de uma determinada atividade. Com o Geogebra “[...] é possível realizar construções que com lápis, papel, régua e compasso seriam difíceis, ou no mínimo gerariam imprecisões.” (LOVIS, FRANCO, 2013, p. 153).

Os alunos ao utilizarem softwares de Geometria Dinâmica, terão a possibilidade de perceberem que existe uma diferença entre desenhar e construir a figura geométrica estudada. Durante as experiências perceberão que a figura quando construída conforme suas propriedades manterão as mesmas (ângulos retos, posição entre lados e outras) ao serem movidas. (PEREIRA, 2012, p. 29).

Na utilização de softwares de Geometria Dinâmica como o Geogebra, pesquisas como de Abar e Alencar (2013) ressaltam a importância de “que o professor deve utilizá-los não apenas como mais um recurso tecnológico, mas sim, como um recurso que colaborasse no desenvolvimento de conceitos matemáticos, uma vez que, por si só, o *software* não *faz Matemática*” (ABAR; ALENCAR, 2013, p. 352).

É importante que antes da utilização de softwares como o Geogebra, o professor conheça o aplicativo de acordo com suas funcionalidades e possibilidades, esboce um planejamento do que pretende fazer em sala de aula e teste a proposta elaborada. Pois, sem tais experimentos, o aplicativo poderá ser utilizado apenas como um apoio e não como instrumento para gerar conhecimentos. Especificamente sobre o Geogebra, Lovis e Franco (2013) reforçam dizendo que:

[...] possui ferramentas excelentes que possibilitam fazer construções geométricas, mostrar resultados da Geometria, mas isso não é suficiente se o professor não souber como são feitas as construções e quais são os resultados da Geometria que devem ser utilizados para isso. (LOVIS; FRANCO, 2013, p. 154).

Lovis e Franco (2013) refletem que “sem formação adequada e sem possibilidades de interagir com os ambientes dos *softwares* fica difícil para o professor conseguir incorporar essas ferramentas nas suas aulas.” (LOVIS; FRANCO, 2013, p. 152). Sobre a utilização de novos recursos em sala de aula, Oliveira et al. (2012) refletem “que o docente deve estar em um processo constante de aprimoramento e, ao assumir uma nova postura, terá novas funções a desempenhar.” (OLIVEIRA et al., 2012, p. 411).

2.3 Integrando a Geometria Dinâmica do GeoGebra e o estudo dos Triângulos

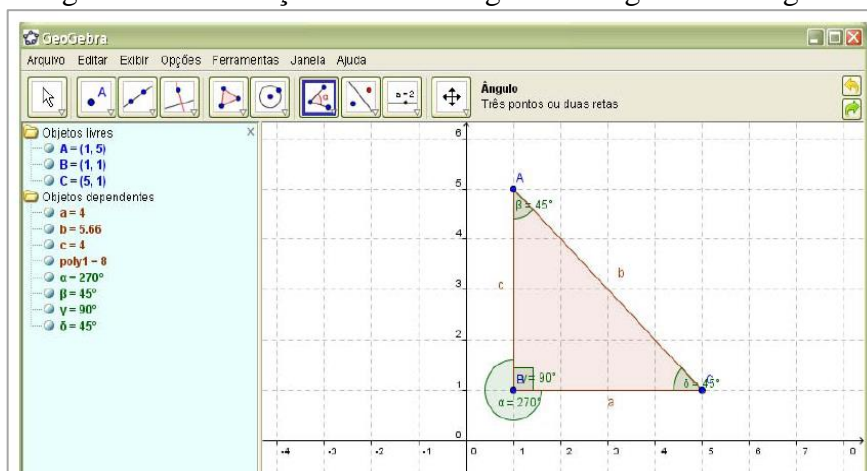
Os softwares de Geometria Dinâmica são utilizados na educação básica e no ensino superior para apoiar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e, como resultado, existem diferentes pesquisas realizadas a partir dessas experiências com esses softwares e especificamente com o Geogebra.

Assim sendo, apresentaremos e discutiremos brevemente seis trabalhos que em comum integraram o estudo dos triângulos com a Geometria Dinâmica, com destaque para o software Geogebra, a fim de nos basearmos e observarmos seus resultados e formas de utilização do software, percepções dos professores e dos alunos.

O primeiro trabalho, de autoria de Nascimento (2012), intitulado “Avaliação do uso do Software Geogebra no Ensino de Geometria: Reflexão da Prática na Escola”, destinada a alunos e professores de matemática, apresentou uma proposta de utilização do Geogebra no ensino da geometria como nova forma de ensino e aprendizagem para auxiliar a matemática. O objetivo deste trabalho foi baseado na seguinte questão: “como fazer para que o professor possa receber uma preparação para colocar em prática as habilidades que os recursos tecnológicos precisam? Como fazer uso dos recursos tecnológicos no ensino da matemática, mais precisamente o uso do geogebra?.” (NASCIMENTO, 2012, p.127).

O autor apresenta uma proposta de atividade mostrando o uso dos Geogebra e aproveita para demonstrar, segundo ele, o “dinamismo” da Geometria Dinâmica a partir da construção de um triângulo retângulo, para ser feita em sala de aula. Observemos a figura 6.

Figura 6 – Construção de um Triângulo Retângulo no Geogebra



Fonte: Nascimento (2012, p. 129).

Nascimento (2012) complementa que “uma vez efetuada a construção podemos mover os pontos A ou B ou C pela área de desenho e o programa que implementa a GDI, automaticamente, redesenhará todos os objetos preservando suas propriedades.” (NASCIMENTO, 2012, p.129). O autor não explicita as propriedades do triângulo que ele relata no trabalho, mas reproduzindo a construção no Geogebra 5.0, a partir dos procedimentos apresentados no trabalho, percebemos que o triângulo não foi construído

conforme suas propriedades em relação ao ângulo para ser triângulo retângulo, porque ao movimentar seus vértices foi visto que ele não se mantém, pois ele deforma.

Contudo, ao fim da pesquisa, o autor destaca o que os alunos participantes de seu trabalho relataram em relação à utilização do software Geogebra no ensino da geometria. A maioria dos alunos de acordo com Nascimento (2012) citaram:

[...] a grande facilidade do programa, de sua usabilidade e eficiência, alguns acharam mais fácil de entender pelo software do que na sala de aula, pois não necessitaria de cálculos, lhe mostra uma resposta rápida e correta, o que facilita na criação e soluções através de poucos cliques do mouse. (NASCIMENTO, 2012, p. 131).

Porém, nesse aspecto, a opinião dos professores participantes não foi encontrada no texto. O autor reflete apenas de forma geral sobre o preparo das escolas públicas e dos professores para utilização de tecnologias.

[...] as Escolas públicas não estão preparadas para se ter um bom desempenho em educação técnica, não possui profissionais técnicos para auxílio dos professores, livros didáticos e técnicos na área, bem como cursos de formação e capacitação dos professores e propostas que os recursos possuem. (NASCIMENTO, 2012, p. 131).

O segundo trabalho, de autoria de Brizola (2015), intitulado “Classificação dos Triângulos quanto aos lados e ângulos, Apresentação do Teorema de Pitágoras”, apresenta o planejamento, a execução e a análise de uma sequência didática, desenvolvida com alunos do 9º ano de uma escola pública, sobre um estudo de classificação dos triângulos e do Teorema de Pitágoras. De acordo com o autor, o objetivo geral desse trabalho foi “diferenciar o triângulo retângulo dos demais triângulos e compreender a relação feita por Pitágoras a partir da área construídas sobre seus lados.” (BRIZOLA, 2015, p. 6).

Apesar de o foco do trabalho está voltado para aplicação dos conteúdos citados anteriormente, o autor traz no decorrer do texto algumas análises sobre a experiência de usar o software Geogebra.

Mostra a diferença de construções dos triângulos conforme suas propriedades utilizando o Geogebra e de outros, feito a mão livre utilizando o caderno. Afirma “[...] que em um ambiente de Geometria dinâmica não basta colocar um “quadrado” em um dos ângulos internos de um triângulo para torná-lo triângulo retângulo, como normalmente acontece quando usamos papel e lápis.” (BRIZOLA, 2015, p.3).

Observamos na pesquisa que, as atividades propostas se iniciam com a utilização do caderno do aluno, onde eles escrevem as definições da parte teórica quanto ao estudo dos triângulos em relação a suas características e propriedades. De acordo com Brizola (2015), ao utilizarem o caderno para representar os tipos de triângulos, houve muitas irregularidades nos desenhos, afetando assim as análises deles sobre os diferentes triângulos. O mesmo aconteceu com as demais demonstrações feitas a mão. Com isso, o autor percebeu a necessidade em utilizar softwares de Geometria Dinâmica, pois acredita que facilitaria a visualização e manipulação sobre o estudo.

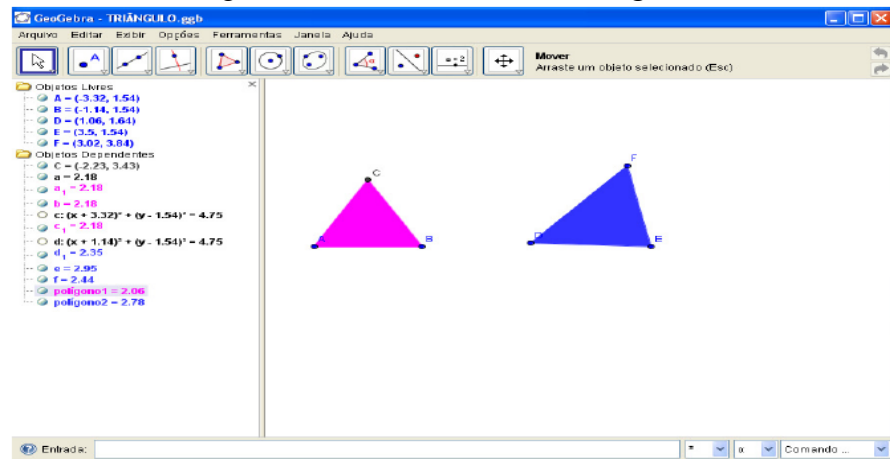
Em um outro momento, ao utilizar o software Geogebra o autor refletiu que houve uma participação mais intensa dos estudantes e várias perguntas surgiram, além disso, não houve dificuldades sobre sua utilização, e para comparar e modificar resultados os alunos tiveram mais facilidades utilizando o software. Porém, mesmo com o software, percebeu-se uma defasagem na linguagem matemática dos estudantes ao fazerem suas descrições e que a falta de atenção deles, sobre as definições demonstradas no quadro antes da utilização do software não foram assimiladas como se esperava.

A partir disso, Brizola (2015) percebeu que a proposta teve êxito uma vez que atingiram o objetivo de apresentar tal proposta e que a utilização do software colaborou de forma significativa para o estudo. Porém, que seria mais proveitoso ter primeiramente trabalhado com o Geogebra e a partir das construções feitas nele discutir as constatações dos alunos e apresentar as classificações dos triângulos e definir o Teorema de Pitágoras. Pois, dessa forma facilitaria a compreensão sobre o que foi construído no Geogebra e o que foi escrito no caderno, para então construir e calcular os problemas propostos sobre questões do cotidiano. (BRIZOLA, 2015, p. 24).

O terceiro trabalho, intitulado “Estudo dos Triângulos: uma proposta para o ensino de geometria com auxílio de mídias digitais”, Medeiros (2011) apresenta um trabalho de conclusão de curso realizado com alunos da EJA e do 9º ano do Ensino Fundamental onde investigou se o software Geogebra contribui para construção dos conhecimentos desses alunos sobre os triângulos.

A autora traz várias atividades sobre triângulos e uma delas foi nomeada no texto como atividade de “mover as figuras” e tinha como objetivos fazer com que os alunos a partir de uma construção (Ver figura 7) já arquivada no Geogebra, usassem o ícone “MOVER” no software para movimentar dois triângulos dados e observassem se eles deformavam e se mantinham suas características.

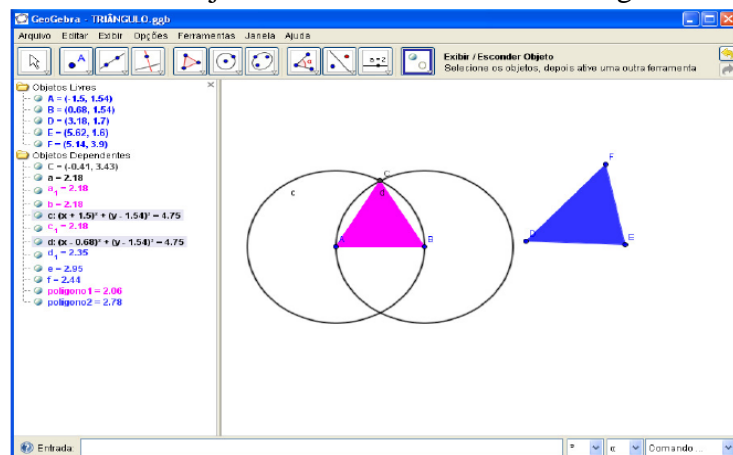
Figura 7 – Atividade de “mover figuras”



Fonte: Medeiros (2011, p. 20).

Com a atividade apresentada na figura 7, todos os alunos participantes desta pesquisa segundo Medeiros (2011) perceberam que o Triângulo ABC não deformava e mantinha suas propriedades e o Triângulo DEF deformava. A partir disso a autora no texto deu a entender que pediu para os alunos utilizarem a função “esconder objeto” e repetissem a construção passo a passo (ativando os objetos na janela algébrica) observando como tinha sido feito. Como mostra a figura 8.

Figura 8 – Mostrando objetos escondidos na Janela de álgebra do Geogebra



Fonte: Medeiros (2011, p. 20).

Com isso, foi possível mostrar a diferença dos resultados de uma construção de um triângulo feito de acordo com as propriedades que o define, uma vez que manteve relações geométricas que foram impostas durante a construção, e outro como se fosse feito à mão. De acordo com Medeiros (2011):

Os lados do triângulo ABC aumentam ou diminuem, mas continuam tendo medidas iguais entre si, ou seja, o triângulo continua sendo equilátero, enquanto que o movimento do outro triângulo assume qualquer característica (escaleno, isósceles ou equilátero), já que seus lados são variáveis livres. (MEDEIROS, 2011, p. 21).

Observando a atividade proposta por Medeiros (2011) também poderiam ser consideradas primeiramente, que as construções dos triângulos fossem feitas pelos alunos, para depois chegarem às conclusões citadas acima. Mas, a partir da atividade mostrada anteriormente, destacamos que o diferencial ao utilizar um software de Geometria Dinâmica está na possibilidade de arrastar os triângulos construídos observando visualmente se suas características se mantêm, o que não seria possível apenas com o lápis, papel e régua. Medeiros reflete que essa possibilidade:

[...] permite aos alunos explorar situações problemas e fazer conjecturas sobre o conteúdo que está sendo estudado. Os alunos podem passar de um nível visual de entendimento geométrico para níveis de descrição/análise ou até mesmo abstração. (MEDEIROS, 2011, p. 21).

O trabalho de Medeiros (2011) apresenta algumas reflexões, por exemplo, que os alunos demonstram não ter afinidade com a escrita no momento de descreverem suas análises; propostas com o uso de softwares necessitam de um atendimento mais individualizando por parte dos professores quando os alunos não têm muita familiaridade com softwares em seu cotidiano; atividades realizadas com softwares, no caso o Geogebra, requer do aluno mais observação, análise, interpretação e isso requer tempo e paciência, pois eles não estão acostumados com essa didática; o uso de tecnologias digitais é uma alternativa eficiente para o ensino e aprendizagem da geometria, mas para isso deve-se ter conhecimentos básicos sobre o conteúdo a ser estudado.

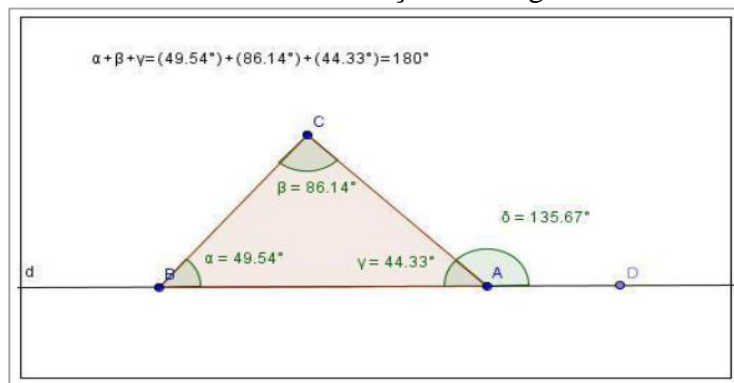
No quarto trabalho aqui apresentado, Pereira (2012) utilizou o Geogebra no Ensino Fundamental e Médio de uma escola pública, para sua pesquisa de Dissertação de Mestrado intitulada “O uso do Software Geogebra em uma Escola Pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio”, a fim de analisar a interação entre aluno e professor em um ambiente colaborativo de geometria a partir do uso do Geogebra.

O autor exhibe algumas atividades sobre triângulos e uma delas abordou a construção e observação quanto aos ângulos internos e externos de um triângulo qualquer. A atividade teve como propósito:

[...] ilustrar a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer no arrastar de um de seus vértices. A procura por uma reflexão em torno de um ângulo externo ao triângulo e a soma de dois ângulos internos não adjacentes a ele foi evidenciada junto aos questionamentos preparados para atividade. (PEREIRA, 2012, p. 59).

Observe na figura 9 o resultado final da construção feita pelos alunos:

Figura 9 – Atividade sobre observação dos ângulos de um triângulo



Fonte: Pereira (2012, p. 59).

De acordo com Pereira (2012), com esta construção e a partir do arrastar dos vértices, os alunos perceberam, conforme o que a atividade permitiu, as características e propriedades dos triângulos equiláteros, escaleno e isósceles; movimentando os vértices A, B e C os valores dos ângulos mudavam, mas a soma dos ângulos internos sempre permanece 180°; o ângulo externo sempre será igual à soma dos ângulos internos, neste caso denominados β e α , porque o ângulo interno γ é igual a 180° e a soma dos internos de β , α e γ também é 180°.

Apesar da pesquisa de Pereira (2012) ser baseada na análise da colaboração e cooperação entre alunos e professores num ambiente de geometria, ele traz observações importantes sobre os conteúdos abordados e em relação ao uso do software Geogebra. Como, por exemplo, quando diz, em relação à atividade sobre os triângulos, mostrada anteriormente que:

Alguns problemas permearam a atividade no que diz respeito à nomeação dos ângulos internos do triângulo, dificultando o uso da ferramenta INSERIR TEXTO. Casos em que, os alunos inseriram o ângulo externo na soma dos 3 ângulos internos, fez-se necessário uma pausa durante a atividade para exemplificar como modificar o nome dado a alguns objetos. (PEREIRA, 2012, p. 59).

Ainda sobre a interação neste ambiente, o autor acredita “que a colaboração e a cooperação caracterizaram momentos importantes no decorrer de toda a pesquisa, em que a

interatividade e experimentação vivenciada através do software e discussões nos grupos e subgrupos compuseram um ambiente de aprendizagem rico”. (PEREIRA, 2012, p. 38).

As atividades e tarefas realizadas na investigação de acordo com Pereira (2012) proporcionaram nitidamente a possibilidade de uma postura colaborativa e o recurso “arrastar” do software Geogebra proporcionou experimentação e interação proporcionando um ambiente colaborativo.

No quinto trabalho considerado, Silva e Penteado (2009) fizeram uma análise “O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa”, com o foco de analisar “as potencialidades do uso de um software de Geometria Dinâmica (Geogebra) como uma das possíveis ferramentas para o ensino e aprendizagem de Geometria.” (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1066).

Diferentemente das citadas anteriores essa pesquisa é destinada especificamente a futuros professores de matemática, ou seja, estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, com a intenção de verificar como um grupo de estudos formado por estes estudantes se adaptam ao Geogebra a levá-lo para sua prática docente e quais as possibilidades que atribuem ao software. Para alcançar tais objetivos, foi criado um grupo de pesquisas com alunos Licenciando em Matemática para desenvolverem atividades utilizando o software Geogebra e com isso irem estudando as possibilidades do uso em sala de aula. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1076).

Na revisão bibliográfica de sua pesquisa, Silva e Penteado (2009) viram a importância de destacar, referindo a estudantes em geral:

[...] que quando os estudantes utilizam pela primeira vez um ambiente GD, a visão que geralmente possuem sobre desenhar e construir um objeto geométrico acabam se misturando. Em um primeiro momento, eles acabam utilizando o software apenas como uma ferramenta de desenho. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1701).

Porém ao utilizar a possibilidade de arrastar a figura, percebem que construir é diferente de desenhar a mão livre, pois propriedades são respeitadas em uma construção.

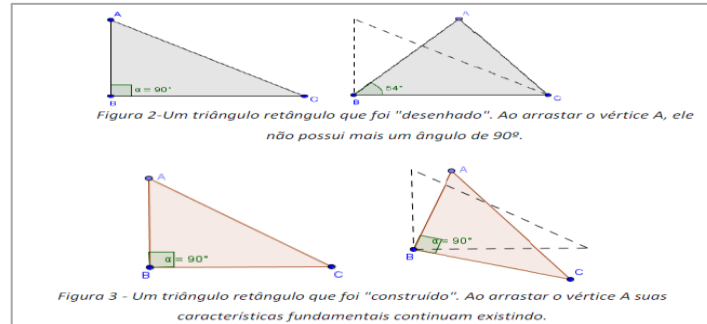
Sobre o estudo dos triângulos com softwares de Geometria Dinâmica os autores chamam a atenção para construção de um Triângulo Retângulo.

Um estudante em um ambiente GD que quer construir um triângulo retângulo poderia usar um ponto de referência da tela do software para criar um segmento perpendicular à base do triângulo, dessa forma ele teria “desenhado” esse triângulo. Porém, quando um dos vértices é arrastado, seu

triângulo não possui mais um ângulo reto, descaracterizando assim sua construção. (SILVA, PENTEADO, 2009, p. 1701).

Para exemplificar a situação da citação acima podemos observar a figura 10:

Figura 10 – Diferença entre desenhos e construções



Fonte: Silva e Penteado (2009, p. 1702).

Silva e Penteado (2009) fazem observações que condizem às imagens apresentadas na figura 10, explicando:

[...] que ao “construir” um triângulo retângulo, as propriedades fundamentais que o define (no caso possuir um ângulo reto) continuam existindo mesmo quando o vértice A é arrastado pela tela. Com isso, pode-se afirmar que se o uso do software for apenas para expor aos alunos as figuras prontas, estes terão a visão do ambiente como uma ferramenta para desenho. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1701).

Como resultados, Silva e Penteado (2009) trazem que os estudantes produziram diversas atividades com o uso do Geogebra e aplicaram as atividades para turmas de Ensino Médio e após as aplicações revisaram todas as atividades a fim de corrigir possíveis falhas e discutir atos ocorridos durante as intervenções.

Porém, este material não traz a pesquisa finalizada e por isso, não vimos a análise final sobre como o grupo se apropriou do software e quais conclusões chegaram sobre as possibilidades do Geogebra. Mas, os autores, antecipam afirmando que é importante também, além de observar as possibilidades do Geogebra, ver suas limitações em salas de aulas, como exemplo, se há equipamentos suficientes, se o espaço físico é propício, se o sistema operacional utilizado é compatível ao software, entre outros.

Mesmo assim, Silva e Penteado (2009) asseguram que “os ambientes de geometria dinâmica podem favorecer o ensino e a aprendizagem de geometria por caminhos novos e dinâmicos, além de complementar e enriquecer com novas estratégias a sala de aula.” (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1073).

Por fim, Ponte, Oliveira e Candeias (2009) apresentam um material de apoio ao professor com tarefas para o 7º ano do Ensino Fundamental sobre o estudo dos triângulos e Quadriláteros. Este trabalho além de apresentar propostas de tarefas para os alunos, traz também indicações e orientações para o professor de como estruturar e conduzir com êxito tais propostas e como lidar com as possíveis conjecturas dos alunos.

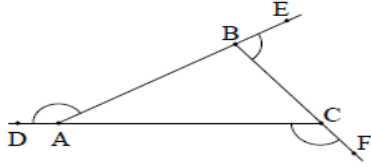
O interessante das tarefas propostas, são que de acordo com o Ponte et al. (2009):

[...] os alunos têm de formular estratégias próprias, ao mesmo tempo que mobilizam conhecimentos e capacidades anteriormente desenvolvidas. O trabalho nestas tarefas constitui o ponto de partida para o desenvolvimento e formalização de novos conceitos e representações, o que deve ser feito, tanto quanto possível, com o contributo dos alunos. (PONTE; OLIVEIRA; CANDEIAS, 2009, p. 5).

Este trabalho de Ponte et al. (2009) traz um módulo inicial para Ambientes de Geometria Dinâmica e diversas atividades sobre o Estudo dos Triângulos com possibilidades de serem efetuadas em Ambientes de Geometria Dinâmica. Geralmente as sugestões de atividades sugeridas no material propõem construções dos triângulos estudados e em seguida perguntas que encaminham os alunos a refletirem sobre as construções feitas e tirarem suas conclusões, junto com o material trazem as orientações para os professores sobre cada proposta. A figura 11 exemplifica uma atividade que explora as medidas e propriedades dos ângulos externos de um triângulo.

Figura 11 – Atividade proposta para o estudo de ângulos externos de um triângulo

1. Constrói um triângulo ABC. Prolonga os seus lados, como mostra a figura, e acrescenta os pontos D, E e F.



1.1. Mede as amplitudes dos ângulos DAB, EBC e ACF e adiciona as medidas obtidas. O que concluis?

1.2. Arrasta um dos vértices do triângulo e escreve uma conjectura sobre o valor da soma dos ângulos externos de um triângulo. Formula uma conjectura sobre o valor da soma das amplitudes dos ângulos externos num triângulo qualquer.

2. Considera novamente o triângulo ABC da figura anterior.

2.1. Qual é o valor da soma $\angle DAB + \angle BAC + \angle EBC + \angle ABC + \angle ACF + \angle BCA$?

2.2. Tendo em atenção que o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , qual é o valor da soma dos ângulos externos no triângulo ABC?

2.3. A conclusão que tiraste na alínea anterior permaneceria válida se tivéssemos considerado outro triângulo? Porquê?

Fonte: Ponte et al. (2009, p. 32).

O interessante do material de Ponte et al. (2009) são as variedades de sugestões que trazem sobre cada conteúdo abordado, podendo também usarmos como base para elaboração de novas atividades a partir dessas. Além disso, as indicações para o professor de como seguir a proposta é fundamental para realização das atividades de forma positiva.

Porém, observamos que o material é indicado para ambientes de Geometria Dinâmica, mas não traz em detalhes como construir os objetos, pois é indicado para qualquer aplicativo de Geometria Dinâmica, com isso não limitou as construções a um único software.

A maioria dos trabalhos apresentados e em outros referidos a utilização de softwares de Geometria Dinâmica, os autores de certo modo buscam esclarecer ou apresentar que os softwares de Geometria Dinâmica não devem ser utilizados apenas como uma ferramenta para desenhar, preocupam-se em mostrar a diferença entre desenho e construção. No caso do estudo sobre os Triângulos, vimos a importância de mostrar que quando construídos conforme suas propriedades eles não perdem suas características e quando construídos a mão livre os próprios alunos podem sentir dificuldades em assimilar e descrever tais características.

Em alguns dos materiais citados no decorrer deste trabalho e em outros percebemos que o “dinamismo” é uma das principais características mencionadas sobre a Geometria Dinâmica. O dinamismo está na possibilidade que os softwares de Geometria Dinâmica proporcionam de arrastar os objetos construídos, “possibilitando a transformação de figuras geométricas em tempo real.” (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1069). Tais autores complementam que:

[...] a tela fornece a impressão de que o desenho está sendo deformado continuamente em todo o processo de arrastar, enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção original. Isso permite agilidade na investigação, pois figuras que demorariam muito tempo para serem construídas no papel são criadas em segundos na tela do computador. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1069).

Vimos à importância da existência de trabalhos sobre o uso da Geometria Dinâmica, pois como foi apresentado proporcionam propostas sobre a utilização de softwares de GD a fim de contribuírem de maneira positiva para o ensino e a aprendizagem da matemática com novas formas de ensino. Além de que, trazem a necessidade de se oferecer formação continuada à professores que não tiveram a oportunidade de manusear tais ferramentas ampliando seus conhecimentos.

3 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

3.1 Caracterizando a Escola

A escola selecionada para realização dessa pesquisa é uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio situada na cidade de Guarabira. A escolha dessa escola se deu pelas parcerias já firmadas nos projetos acadêmicos mencionados nesse trabalho.

Nesse ano letivo a escola possui 1.615 alunos matriculados e com 09 professores de Matemática atuando no Ensino Fundamental, Médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Sua estrutura física é ampla e considerada boa, porém deixa a desejar em relação ao laboratório de informática, o mesmo de acordo com a direção encontra-se com problemas na instalação elétrica há anos, além disso dezesseis dos seus vinte e nove computadores estão com problemas de manutenção. Este problema reflete em parte a pouca utilização do espaço por partes de alguns professores e alunos.

3.2 Caracterizando a turma 8º ano B

A turma selecionada para colaborar com o nosso trabalho é do 8º ano do Ensino Fundamental, do turno tarde e possui dezessete alunos frequentes. De acordo com a professora de matemática da turma, caracteriza-se como uma equipe tranquila para se trabalhar, porém, para ela a turma não gosta muito de Matemática e sente dificuldades sobre o conteúdo Triângulos.

Em relação à informática, durante a intervenção didática notamos que apenas uma aluna não sabia manusear com prática o mouse necessitando constantemente de apoio. Sobre o trabalho em equipe ficou claro que os alunos contribuíram um com o outro, mostrando espírito de colaboração.

3.3 Os Triângulos no livro didático Projeto Araribá Matemática da escola

Uma análise de livros didáticos de Matemática permite compreender o tratamento dado ao estudo dos Triângulos nos anos finais do Ensino Fundamental. Mesmo que de forma geral, consultamos a coleção adotada pela Escola onde realizamos a intervenção deste trabalho para fazermos uma análise desse tratamento.

A coleção adotada faz parte do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD do Ministério da Educação- MEC que distribui livros às escolas públicas. Neste caso, a coleção averiguada é o “Projeto Araribá Matemática” aprovada no PNLD 2014.

De acordo com a resenha descrita no Guia de livros didáticos (2013) referente à obra completa “Projeto Araribá Matemática”, tratando-se dos conteúdos relacionados à Geometria, o Guia (2013) afirma que são distribuídos de forma igualitária em todos os livros da coleção e que para a abordagem desse campo alguns materiais didáticos são utilizados, como exemplos disso trazem “dobraduras, instrumentos de desenho, papel quadriculado, mosaicos, geoplano e tangran.” (BRASIL, 2013, p. 70). As proposições geométricas são apresentadas através da utilização de “diálogos com boas argumentações e que conduzem, em geral, a raciocínios dedutivos pertinentes e destaca que possui atividades nas quais os alunos podem experimentar diversas formas de validação”. (BRASIL, 2013, p. 70).

Para a metodologia de ensino e aprendizagem destaca que os conteúdos são apresentados através de explanações e exemplos; o aluno geralmente limita-se a resolver problemas de aplicação; a apresentação é feita repetidamente por várias páginas e de forma minuciosa, o que não contribui para que o aluno tenha capacidades básicas do pensamento matemático; em contrapartida existe uma variedade de problemas interessantes que requer estratégias mais difíceis para solução; emprega-se alguns recursos didáticos como, calculadora, instrumentos de desenhos e indicações de leituras complementares. (BRASIL, 2013, p. 71).

Em relação às contextualizações, apresentam exemplos que contribuem para assuntos relacionados às práticas sociais; fazem ligações com disciplinas variadas; é incluído um pouco da história da matemática, mas relatos de acontecimentos no passado são restringidos. (BRASIL, 2013, p. 71).

A coleção traz para o estudo dos triângulos os seguintes temas descritos na Tabela 1.

Quadro 1 – Organização das Partes e Unidades que tratam dos Triângulos na coleção de livros do Projeto Araribá Matemática 2010

Projeto Araribá Matemática – PNLD (2014)			
Ano	Número da parte	Partes	Unidades
6º ano	5	Ângulos, Polígonos e Círculos;	14 - Polígonos: elementos, classificação; triângulo.
7º ano	-----	-----	-----
8º ano	2	Ângulos e Polígonos;	4- Triângulos: Elementos de um triângulo, classificação quanto aos lados e ângulos, pontos notáveis, congruência, propriedades do triângulo isósceles.
	4	Perímetro, área e volume;	8 - Altura e bases de figuras geométricas; 9 - Área do Triângulo.
9º ano	3	Semelhança e relações no triângulo retângulo;	5 - Semelhança: figuras geométricas, polígonos, triângulos; teorema de Tales – Histograma; 6 - Teorema de Pitágoras; relações métricas no triângulo retângulo – polígonos de Frequências; 7 - Razões trigonométricas: seno, cosseno, tangente, tabela.
	5	Polígonos e Áreas.	11 – Área do Triângulo; 12 – Triângulo equilátero inscrito em uma circunferência.

Fonte: Dados coletados no PNLD (2014).

Observando o quadro 1, escolhemos o livro do 8º ano do Ensino Fundamental para fazermos uma análise mais detalhada, uma vez que percebemos que é neste ano escolar que o estudo dos triângulos iniciasse com mais ênfase e abordando também assuntos relacionados.

Como o foco maior neste tópico é observar o livro do 8º ano do Projeto Araribá, destacamos que esse possui 14 unidades e as que possuem temas relacionados aos Triângulos são as unidades 4, 8 e 9 das partes 2 e 4.

A unidade 4 (p.70) tem como título principal “Triângulos” e este tema no livro trata sobre os elementos de um triângulo, condição de existência, classificação quanto aos lados e ângulos, pontos notáveis, casos de congruência, propriedades do triângulo isósceles.

Primeiramente nessa unidade é feito revisões sobre os elementos de um triângulo, condição de existência e a classificação quanto aos lados e ângulos, deixando claro que esses assuntos foram abordados em anos anteriores, como vimos no quadro 1, encontra-se no 6º





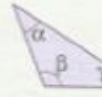

ano. Em geral o conteúdo nesta unidade é explanado com base em exemplos, esquemas e imagens.

A seguir, apresentaremos apenas abordagens de exercícios que dizem respeito à classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos e que utilizamos para subsidiar a nossa pesquisa. Para tanto, o roteiro de atividades desenvolvido para a intervenção na escola foi baseado no exercício 2 (p. 71) e no exercício 1 (p. 72) presentes no capítulo 4, do livro Projeto Araribá do 8º ano.

A figura 12 ilustra o recorte do livro que mostra o exercício 2 citado anteriormente. Em vermelho, as respostas aos itens, uma vez que utilizamos o livro do professor para a pesquisa.

Figura 12 – Recorte de exercício sobre classificação dos Triângulos

2 A professora de Jair classificou os triângulos conforme este esquema. Observe como ela fez e, depois, responda às questões em seu caderno.

Lados			Ângulos		
Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
					
$a = b = c$	$a = b$	$a \neq b, b \neq c, c \neq a$	$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma < 90^\circ$	$\beta > 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$

a) De acordo com o esquema, como os triângulos podem ser classificados considerando-se:

- a medida dos lados? equilátero, isósceles e escaleno
- a medida dos ângulos? acutângulo, obtusângulo e retângulo

b) Como podemos explicar o que é um triângulo equilátero?

c) Como você define o triângulo isósceles? E o triângulo escaleno?

d) Quando um triângulo é acutângulo?

e) O que é preciso para que um triângulo seja obtusângulo? E retângulo?

2. b) Triângulo equilátero é aquele que tem as medidas de seus lados iguais.
 c) Um triângulo é isósceles quando as medidas de dois lados são iguais; um triângulo é escaleno quando não tem lados de mesma medida.
 d) Um triângulo é acutângulo quando os três ângulos internos

Fonte: Projeto Araribá Matemática (2010, p.71).

Na figura 12, temos que primeiramente é apresentada a classificação dos Triângulos em forma de esquema indicando simbolicamente as condições para sua classificação quanto aos lados e ângulos. Observamos que no esquema apresentado, o autor oferece todas as informações necessárias para que o aluno chegue às conclusões desejadas nas questões que segue abaixo do esquema, não dando a ele a oportunidade de experimentar formas de validação nem de criar raciocínios dedutivos.

Ainda assim, talvez o aluno entenda de forma equivocada algumas das informações trazidas, pois percebemos no esquema da figura 12 que, para cada tipo de triângulo existe apenas uma imagem em uma única posição podendo induzir o aluno para que cada classificação o Triângulo terá sempre essa posição. Ainda, no caso do triângulo isósceles, deve-se deixar claro que quaisquer dois de seus lados tem que ter medidas iguais e o terceiro lado é a base do triângulo. Pois, olhando a apresentação desse triângulo na figura 12, preocupamo-nos com a possibilidade de se mudarmos a posição do triângulo e não mostrarmos as medidas a e b, o aluno talvez não identifique onde estão esses lados e a base do triângulo.

Essa observação reforça a ideia a necessidade de que os alunos vivenciem diferentes representações dos objetos e que não se fixem em figuras prototípicas e assim construam modelos mentais mais ampliados. De fato, conforme os PCN (1998):

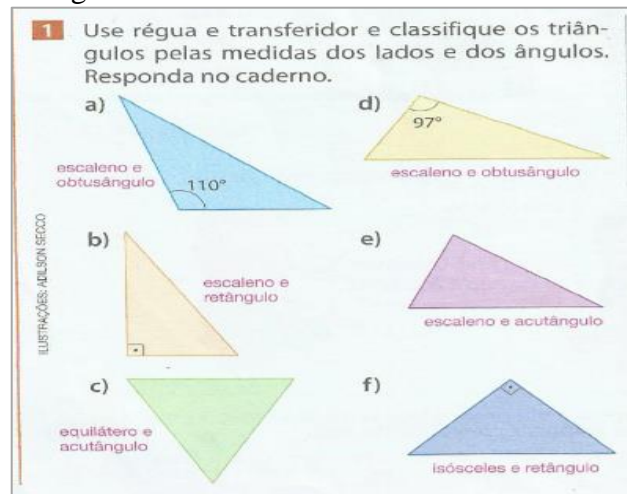
Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto. (BRASIL, 1998. p. 125).

Em relação à classificação dos triângulos quanto aos ângulos, notamos que para os triângulos obtusângulo e retângulo o autor definiu simbolicamente que “ $\beta > 90^\circ$ ” e “ $\alpha = 90^\circ$ ”, respectivamente, podendo também confundi-los, pois qualquer um dos ângulos internos podem satisfazer essas condições, independente da letra utilizada.

Cabe destacar que não foi visto no livro qualquer incentivo para o uso de tecnologias e informática na abordagem desse estudo. Porém, de acordo com os PCN (1998) são diversas vantagens que existem ao utilizá-los para o ensino e aprendizagem da matemática.

A segunda proposta a ser utilizada do livro diz respeito a mais um exercício. A figura 13 traz um recorte do exercício 1 mencionado no início deste tópico.

Figura 13 – Recorte do exercício 1 do livro



Fonte: Projeto Araribá Matemática (2010, p. 73).

Sobre o exercício 1 do livro, as considerações que fazemos são as seguintes: apesar de incentivar os alunos a utilizarem os instrumentos régua e transferidor que também possuem importância para o estudo de alguns conteúdos na matemática e para situações do cotidiano, o livro nesse exercício não incentiva os alunos a fazerem suas próprias construções. Não vemos diferencial em apenas medir lados e ângulos de triângulos que já foram desenhados/dados pronto anteriormente.

Além disso, os desenhos dos triângulos apresentados não mostram todas as possibilidades, de um triângulo classificado conforme os lados seja ao mesmo tempo acutângulo, obtusângulo ou retângulo. Limitando com isso, a capacidade dos alunos em realizar os testes necessários para o estudo.

3.4 A Intervenção na escola

Para realização da intervenção didática na escola foi elaborado anteriormente um plano de aula, um roteiro de atividades e dois roteiros de entrevistas a serem realizadas com a professora durante o período de visita à escola. Iniciamos com uma visita à escola para agendar a disponibilidade sobre o laboratório de informática e marcar com a professora de Matemática a data para a intervenção. Nos tópicos a seguir apresentaremos e discutiremos todo o processo de visita, desde o planejamento da intervenção didática até a entrevista e análise da proposta com a professora que resultaram nos dados desta pesquisa.

3.4.1 O planejamento da Intervenção didática

A intervenção didática foi planejada para estudar o conteúdo Triângulos: classificação quanto aos lados e ângulos, pertencente ao bloco Espaço e Forma de Geometria indicado para o 8º ano do Ensino Fundamental. Para o desenvolvimento dessa aula seria bom que os alunos já tivessem conhecido os elementos e o conceito de triângulo, caso contrário, conheceriam durante a intervenção.

Os recursos materiais necessários foram Notebook, Datashow, laboratório de informática com dekstops, software Geogebra instalado, quadro, pincel, apagador e lista de atividades impressa. Foi planejada para intervenção quatro horas aulas, porém diante algumas limitações dos alunos ela perdurou para seis horas aulas.

O roteiro de atividades foi elaborado juntamente com o plano de aula e para isso utilizamos o livro didático Projeto Araribá Matemática 8º ano do Ensino Fundamental. Diante das observações feitas sobre o livro didático referente ao estudo dos triângulos no tópico 3.3, achamos interessante abordar a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos nas atividades que apresentaremos a seguir, considerando também que a professora de matemática da escola iria iniciar esse conteúdo na semana seguinte da previsão para nossa intervenção. O roteiro de atividades foi baseado nos exercícios 2 (p. 71) e no exercício 1 (p. 72) relatados anteriormente. Ainda foi planejado que eles trabalhassem em grupo, aprendendo uns com os outros e respeitando o próximo. O Plano de aula encontra-se no (Apêndice B).

O objetivo principal da aula foi estudar a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos com a utilização do software Geogebra a partir da construção dos triângulos conforme sua classificação.

Para realizar as adaptações dos exercícios para o Geogebra, fomos guiados por algumas palavras chaves recorrentes em todo esse trabalho, como por exemplo, construir, testar, comparar, analisar/conjeturar, observar, mover/arrastar, entre outras, a fim de que nossa atividade atribuísse essas possibilidades. E que de certo modo, pudesse satisfazer a seguinte afirmativa dos PCN (1998):

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. (BRASIL, 1998, p. 26).





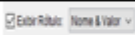





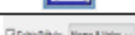










O plano de aula contém três atividades que chamamos de Atividades 1, 2 (adaptadas do exercício 2) e Atividade 3 (adaptada do exercício 1) e que utilizaram as mesmas construções feitas no Geogebra.

As adaptações feitas no exercício 2 foram as seguintes: primeiramente dividimos ele em duas partes e criamos duas atividades, uma que abordasse a classificação dos lados (Atividade 1) e outra para classificação dos ângulos (Atividade 2), pois acreditamos que para a fase dos alunos e suas dificuldades, fazendo essa repartição facilitaria para organização das ideias. Também nos preocupamos em manter um enunciado semelhante ao da proposta no livro. Dessa forma, a atividade 1 ficou:

Atividade 1 – A professora de Jair classificou os Triângulos em relação aos seus lados em Equilátero, Isósceles e Escaleno. Construa cada um no Geogebra conforme os *Protocolos de construções* a seguir e posteriormente responda as questões.

A atividade 1 propôs primeiramente que ao contrário de apenas observar as imagens dos triângulos Equilátero, Isósceles e Escaleno, os alunos os construíssem no Geogebra a partir dos *protocolos de construções*. Veja os *protocolos* na figura 14.

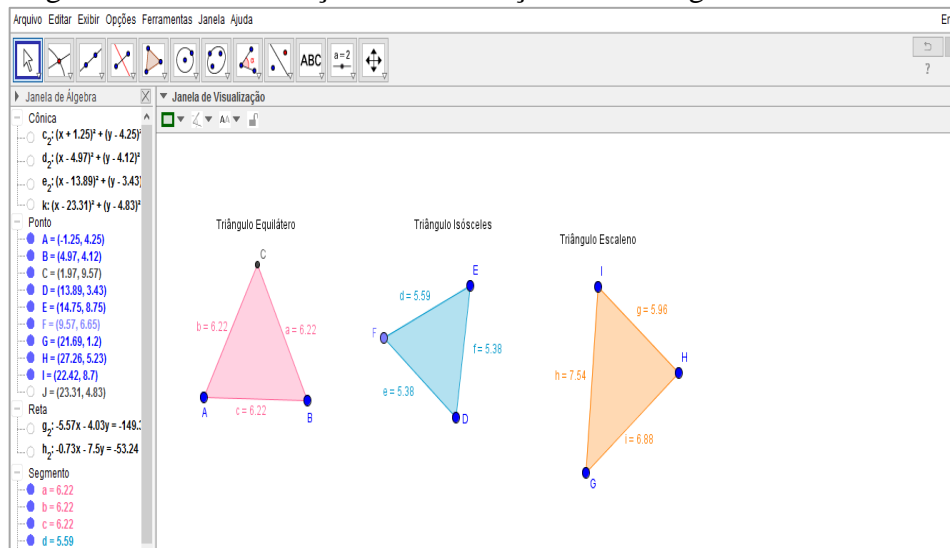
Figura 14 – Recorte apresentando os protocolos de construções da atividade 1

Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Equilátero
	Construa um <i>segmento</i> AB.
	Construa dois <i>círculos</i> , um <i>dado centro</i> (A) e um <i>de seus pontos</i> (B) e outro <i>dado centro</i> (B) e <i>ponto em</i> (A).
	Crie o <i>Ponto de Intersecção</i> entre as duas circunferências.
	Crie um <i>Polígono</i> para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative as cônicas.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Equilátero.
Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Isósceles
	Construa um círculo <i>dado centro</i> (D) e um <i>de seus pontos</i> (E).
	Crie um <i>ponto</i> (F) sobre a circunferência.
	Crie um <i>Polígono</i> para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative a cônica.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Isósceles.
Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Escaleno
	Crie três <i>Pontos</i> G, H, I sobre a <i>Janela de visualização</i> do geogebra.
	Construa duas <i>Mediatrizes</i> . Para isso, clique sobre o primeiro ponto e depois no segundo. Clique no primeiro ponto e depois no terceiro.
	Crie o <i>Ponto de Intersecção</i> (J) das retas criadas anteriormente.
	Construa um <i>círculo dado centro</i> sobre o ponto de intersecção (J) e o primeiro ponto (G).
	Crie um Polígono. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative a cônica e as retas mediatrizes.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Escaleno.

Fonte: Própria dos autores.

Observemos na figura 15 as construções feitas no Geogebra, como resultado da sequência de passos proposta no protocolo.

Figura 15 – Demonstração das construções dos triângulos na atividade 1



Fonte: Construção própria dos autores.

As construções dos triângulos da atividade 1 foram feitas circunscritas em círculos, respeitando suas propriedades, dessa forma ao arrastarem os vértices dos triângulos as construções mantinham suas propriedades e não deformavam.

A partir da possibilidade de mover os vértices dos triângulos propomos as questões mostradas a seguir para que eles encontrassem diversos triângulos com tais classificações e em variadas posições. Ainda arrastando ou movendo o triângulo observassem em tempo real o que ocorre com as medidas dos lados de cada triângulo, podendo ainda compará-las. Posteriormente às construções propomos algumas questões (a, b, c, d). Vejamos nas figuras 16 e 17.

Figura 16 – Recorte apresentando a questão a da atividade 1

a. Movimente os vértices dos Triângulos construídos e encontre três triângulos do tipo Equilátero, do tipo Isósceles e do tipo Escaleno. Escreva na tabela abaixo as medidas dos lados encontradas.

Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Equilátero						
Isósceles						
Escaleno						

Fonte: Própria dos autores.

Figura 17 – Recorte apresentando as questões *b, c, d* da atividade 1

b. Na realização da atividade anterior o que você observou quanto às medidas dos lados dos Triângulos?

Equilátero: _____

Isósceles: _____

Escaleno: _____

c. Escreva simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação.

Equilátero: _____

Isósceles: _____

Escaleno: _____

d. Defina com suas palavras cada um dos Triângulos:

Equilátero: _____

Isósceles: _____

Escaleno: _____

Fonte: Própria dos autores.


A partir da percepção sobre a medida dos lados pedimos que registrassem simbolicamente o que observaram e a partir disso chegasse a suas próprias conclusões sobre as definições para cada um dos triângulos classificados. Na continuidade, propomos a Atividade 2:

Atividade 2 – A professora de Jair também classificou os Triângulos conforme seus ângulos. Observe na tabela abaixo.

<u>Acutângulo</u>	Obtusângulo	Retângulo
Todos os ângulos internos são menores que 90°	Um de seus ângulos internos é maior que 90°	Um de seus ângulos internos é igual a 90°

Para classificação dos triângulos quanto aos ângulos, primeiramente apresentamos a definição dos triângulos Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo como mostra na tabela do enunciado da atividade acima, porém não abordamos simbolicamente como o livro apresentou. Optamos por já defini-los por extenso no início da atividade, deixando a simbologia para eles tentarem posteriormente, mesmo sabendo que a simbologia também já definiria. Fizemos dessa forma para não denotar por letras os ângulos, para no caso do triângulo Obtusângulo e Retângulo termos a oportunidade de ampliar a ideia do livro que utiliza “ $\beta > 90^\circ$ e $\alpha = 90^\circ$ ”, pois acreditamos que isso pode confundir os alunos, imaginando que só β e α da figura apresentada no livro podem assumir esses valores. A atividade 2 trouxe quatro questões (*a, b, c, d*) apresentadas na figura 18.

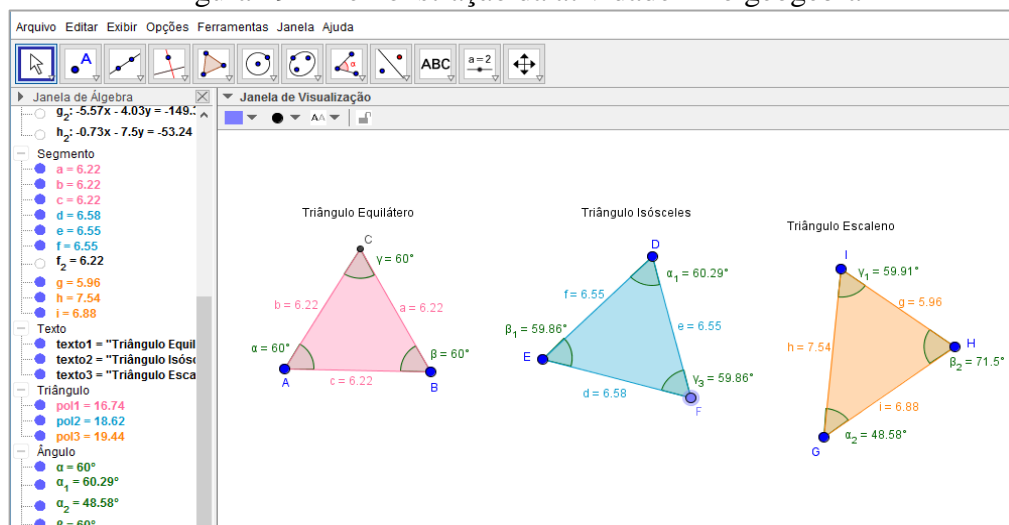
Figura 18 – Apresentação das questões a, b, c, d da atividade 2

- Utilize a ferramenta **Ângulo**  para encontrar os ângulos internos dos Triângulos. Observe que para encontrar o ângulo desejado deve clicar nos pontos no sentido anti-horário em relação ao ponto do meio. Renomeie cada ângulo encontrado para α (alfa), β (beta), γ (gama).
- Movimente os vértices dos triângulos construídos e encontre cada um dos triângulos classificados acima conforme os ângulos acima. Esboce o desenho, as medidas dos lados e as dos ângulos.
- Na atividade anterior foi possível encontrar todos os triângulos classificados conforme os ângulos (Acutângulo, Obtusângulo ou Retângulo)?
- Escreva simbolicamente quando um triângulo é:
Acutângulo: _____
Obtusângulo: _____
Retângulo: _____

Fonte: Própria dos autores.

De forma geral, as questões propõem para o aluno encontrar os ângulos dos triângulos de forma automática no software e renomeá-los para α (alfa) β (beta) e γ (gama) e movimentando os vértices dos triângulos encontrar exemplos de triângulos Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo esboçando o desenho encontrado com as medidas dos ângulos e dos lados especificando se foi possível encontrar todos. Posteriormente pedimos para que escrevessem simbolicamente a definição de cada triângulo classificado conforme os ângulos internos. A figura 19 mostra as construções com as medidas dos ângulos.

Figura 19 – Demonstração da atividade 2 no geogebra



Fonte: Construção própria dos autores.

Apresentaremos a seguir a atividade 3 adaptada do exercício 1 do livro didático.

Atividade 3 – Movimentando os Triângulos encontre quando for possível:

Triângulos		Medida dos lados			Medida dos ângulos			Foi possível?
Equilátero	<u>Acutângulo</u>							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Isósceles	<u>Acutângulo</u>							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Escaleno	<u>Acutângulo</u>							
	Obtusângulo							
	Retângulo							

A adaptação da atividade 3 foi pensada de tal forma que utilizasse a construção das atividades 1 e 2 mostradas anteriormente. Resolvemos aproveitar as construções anteriores feitas no Geogebra, que já haviam sido medidas conforme os lados e ângulos, para que eles movendo os vértices pudessem encontrar todas as alternativas possíveis para classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, registrando tais possibilidades na tabela proposta no roteiro de atividades. As questões *a*, *b*, *c* apresentadas na figura 20, complementaram a atividade 3.

Figura 20 – Apresentação das questões *a*, *b*, *c* da atividade 3

- Ao mover o Triângulo equilátero o que você observa em relação aos seus ângulos? Você sabe explicar por que isso ocorre?
- Ao mover o Triângulo Isósceles, o que você observa em relação aos seus ângulos?
- No caso de um Triângulo Isósceles Retângulo, quais são necessariamente os valores dos ângulos? Explique.

Fonte: Própria dos autores.

As questões que complementaram a atividade 3 sugeriram que movessem os triângulos no Geogebra e analisassem que em um triângulo Equilátero tem-se três ângulos iguais e sempre de 60° ; que em um triângulo Isósceles tem-se dois ângulos iguais e porque isso ocorre, quais valores dos ângulos um triângulo Isósceles Retângulo possui necessariamente. Questões que não foram abordadas no exercício 2 do livro, mas consideramos importantes para o estudo.

Em geral, procuramos aprimorar tais exercícios do livro para que pudéssemos abordar o que é considerado importante para o estudo, preocupamo-nos em desenvolver uma nova atividade que levasse os alunos a construírem suas próprias conclusões sem que obtivessem respostas óbvias dentro do próprio contexto e também que as adaptações permanecessem acessíveis ao grau de análise que os alunos pudessem chegar.

3.4.2 O desenvolvimento da Intervenção didática

A intervenção didática ocorreu nos dias 20 e 23 de maio de 2016 no laboratório de informática da escola. Foi desenvolvida no turno da tarde no horário das aulas de matemática cedida pela professora, foram disponibilizadas seis horas aulas no total. Participaram da intervenção nove alunos no primeiro dia, quinze alunos no segundo dia e a professora regente.

A aula teve início com a apresentação do software Geogebra, suas principais ferramentas e funcionalidades, assim os alunos puderam familiarizar-se um pouco com o software, pois nenhum deles conheciam ou já tinham ouvido falar do aplicativo. Posteriormente com o roteiro de atividades em mãos a qual continha as três atividades descritas no tópico anterior, iniciamos a aula.

No primeiro dia da intervenção os alunos a partir da **atividade 1** construíram os triângulos equilátero e isósceles no GeoGebra. No segundo, em duplas, construíram o triângulo escaleno e iniciaram a resolução das questões (a, b, c, d) para essa atividade.

Após as construções dos triângulos os alunos responderam a questão a preenchendo a tabela dada. Após o preenchimento da tabela iniciaram algumas observações sobre os exemplos dos triângulos encontrados no Geogebra, respondendo as questões a, b, c, d .

Posteriormente, já no segundo dia, iniciamos a **atividade 2** explicando para os alunos quando um triângulo é classificado em Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo. Em seguida, no Geogebra utilizaram a ferramenta *Ângulo* para medir os ângulos internos dos triângulos que foram construídos na primeira atividade. Movimentaram os vértices dos triângulos para procurarem exemplos para cada um classificados quanto aos ângulos, esboçaram também os desenhos dos exemplos encontrados. Em seguida refletiram sobre se foi possível encontrar todos os triângulos classificados em Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo e definiram simbolicamente cada um desses.

Por fim, responderam a **atividade 3**, onde havia um item que pedia para que os alunos movimentassem os vértices dos Triângulos e procurassem possibilidades de um triângulo Equilátero, Isósceles e Escaleno ser Acutângulo, Obtusângulo e/ou retângulo. Porém,

adiantamos que não foi possível realizar tal questão, pelo fato da última aula disponibilizada pela professora, ter terminado nesse momento. Mesmo assim achamos interessante deixar essa atividade para eles fazerem em outro momento com a professora, visto que tomaria um pouco mais de tempo e preferimos finalizar fazendo-os refletir sobre as questões *a*, *b*, e *c*.

Apenas a questão *b* da atividade 2 do roteiro de atividades, não foi efetuada como planejamos, mas as demais foram realizadas. As análises dos alunos sobre cada umas das atividades seguem no próximo tópico.

3.4.3 Relato da intervenção no 8º ano B sobre as atividades com o Geogebra

Durante as construções dos triângulos feitas pelos alunos no Geogebra, preocupamo-nos em não revelar as características destes porque um dos nossos objetivos era que o aluno a partir de cada passo da construção e na realização das demais atividades percebessem por si só, a definição e propriedades de cada triângulo construído, embora sempre citarmos o nome dos triângulos.

No decorrer das construções não houve curiosidade por parte dos alunos em saber por que os triângulos estavam sendo construídos em círculos, pois a empolgação maior estava na utilização do software, visto que se identificam com a informática e nunca tiveram aula de matemática no laboratório. Mesmo assim, procuramos deixar evidente que as construções estavam sendo realizadas conforme suas propriedades e que os círculos feitos no Geogebra substituíam o uso do transferidor quando construídos no papel. No fim das construções, os alunos relataram não sentirem dificuldades extremas sobre o software, pois era fácil de manuseá-lo.

No desenvolvimento do primeiro dia da intervenção didática não nos surpreendeu o tempo gasto pelos alunos para realizar a construção do triângulo Equilátero, cerca de 30 minutos, uma vez que eles nunca utilizaram o software Geogebra. Assim é natural haver limitações até se familiarizarem com o aplicativo. Para a construção dos demais triângulos o tempo gasto foi mais curto e algumas dificuldades encontradas na primeira construção foram aos poucos superadas nas demais, por exemplo, a habilidade com o mouse para ativar as ferramentas do Geogebra; a prática de sempre ativar a ferramenta *mover* para não criar objetos indesejados na *janela de visualização*; aprenderam a utilizar funções do teclado do computador que não conheciam como, (Ctrl+ Z) para nesse caso apagarem alguma construção incorreta ou indesejável.

Em geral, apenas uma aluna demonstrou não saber manusear o computador e principalmente o mouse, pois necessitou de constantes apoios durante a intervenção, com isso os demais alunos tiveram que em alguns momentos aguardar esse atendimento priorizado.

3.4.4 A influência da Geometria Dinâmica no estudo dos triângulos










A seguir, faremos um relato da intervenção considerando exemplos que revelam possibilidades do uso da Geometria Dinâmica que se diferenciam das propostas comumente trazidas pelos exercícios dos livros didáticos relativas ao estudo dos triângulos e suas classificações. Buscaremos nos registros dos alunos tais exemplos tomando as questões da atividade planejada.

Questão a da atividade 1 – Movimente os vértices dos Triângulos construídos e encontre três triângulos do tipo Equilátero, do tipo Isósceles e do tipo Escaleno. Escreva na tabela abaixo as medidas dos lados encontradas.

A Figura 21 exibe o registro das respostas do aluno A.

Figura 21 – Registro do aluno A para a questão a da atividade 1

do tipo Isosceles e do tipo Escaleno. Escreva nas tabelas abaixo as medidas dos lados encontradas.

Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Equilátero	A=2.44	B=2.44	C=2.44			
	A=3.03	B=3.03	C=3.03			
	A=2.1	B=2.1	C=2.1			
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Isósceles	E=3.3	D=3.52	F=3.3			
	E=2.94	D=5.04	F=2.94			
	E=2.94	D=1.61	F=2.94			
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Escaleno	G=2.84	H=2.59	I=1.48			
	G=2.84	H=2.59	I=0.57			
	G=2.84	H=3.18	I=2.31			

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Deste exemplo podemos perceber que o aluno A ao mover os vértices dos triângulos no Geogebra teve a possibilidade de encontrar uma variedade de exemplos em curto tempo e foi possível também obter triângulos com valores das medidas dos lados com números decimais.

De início o objetivo para a atividade não foi entendido pelos alunos e como até então não conheciam as propriedades dos triângulos, o aluno B, por exemplo, disse não estar entendendo porque quando ele movia o triângulo equilátero todos os valores davam iguais. Explicamos novamente para todos os alunos que deveriam mover os vértices dos triângulos e escreverem na tabela os valores que aparecessem na tela do Geogebra para as medidas dos lados, independente de quais apareciam. Para o aluno B, dissemos que a construção não estava errada e sabendo disso que ele escrevesse as três medidas que estavam aparecendo na tela do software para o triângulo Equilátero. Ainda assim, não deixamos transparecer que essa era a propriedade que satisfaz esse triângulo.

Os alunos preencheram a tabela com facilidade, mas alguns não fizeram os desenhos devido ao tempo que foi pouco para as demais atividades e os que desenharam demonstraram perceber que os desenhos não estavam sendo construídos com precisão, inclusive a aluna C sentiu-se incomodada por seus desenhos não estarem com medidas perfeitas. Explicamos que a intenção era que apenas demonstrassem um esboço dos triângulos encontrados, e que a imprecisão dos desenhos ocorria pela ausência de instrumentos de desenho que garantiriam a aplicação das propriedades do triângulo. Assim, percebemos a importância da utilização da Geometria Dinâmica neste caso para eles perceberem e entenderem a diferença entre desenhar e construir os triângulos.

Questão b da Atividade 1 – Na realização da atividade anterior o que você observou quanto às medidas dos lados dos Triângulos?

Para a questão b, além de solicitar que observarem os registros na tabela da questão anterior, pedimos que movimentassem novamente os vértices dos triângulos no Geogebra. Ao perguntarmos o que aconteciam com as medidas dos lados do triângulo equilátero, o aluno A respondeu rapidamente “eles repetem”; para o triângulo isósceles, o mesmo aluno respondeu “duas medidas ficam iguais e tem outra diferente”; e para o triângulo escaleno a aluna D respondeu “nenhum valor deu igual”. Observemos as figuras 22 e 23 como respostas da aluna C e da aluna D para esta questão.

Figura 22 – Registro da aluna C para questão b da atividade 1

Triângulos?	
Equilátero:	A mudança dos números não tem o mesmo valor.
Isósceles:	Os valores não ficam os mesmos não tem o mesmo valor e um não.
Escaleno:	Os valores não ficam iguais.

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Figura 23 – Registro da aluna D para questão *b* da atividade 1

Triângulos?	
Equilátero:	Foi que o resultado deu o mesmo
Isósceles:	Se que A, B, C, E, F ou igual a D não
Escaleno:	Nenhum resultado é igual.

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Ao movimentarem os vértices do triângulo equilátero sua posição mudava, porém as medidas dos seus lados mesmo mudando conforme as posições sempre permaneciam iguais entre si. Para o triângulo Isósceles perceberam que apenas dois lados tiveram a mesma medida, e ao questioná-los se necessariamente seria sempre aqueles dois lados que teriam medidas iguais, rapidamente o aluno A disse que não, mostrando entender que quaisquer dois lados terão medidas iguais e o terceiro é a base. Para o triângulo escaleno, alguns alunos perceberam tranquilamente que todos os lados possuem medidas diferentes.

Questão *c* da atividade 1 – Escreva simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação.

Para a questão *c* a utilização do software serviu para os alunos relacionarem os lados entre si por meio de símbolos. Queríamos estimular o aluno fazer tal registro e a partir de conhecimentos básicos saber como escrever com símbolos.

Assim, mesmo explicando de diversas maneiras o que seria escrever simbolicamente, os alunos não conseguiram iniciar tal questão, daí mostramos o primeiro exemplo para o triângulo Equilátero no quadro e em seguida eles reproduziram para os outros. Vimos assim a importância de fazê-los tentar encontrar a resposta por si só, ao contrário de oferecê-la pronta, pois essa dificuldade que eles obtiveram talvez ocorreu devido geralmente as abordagens nos livros já trazerem de fato esse resultado simbólico.

Na questão *c*, os alunos junto a ministrante escreveram e dialogaram sobre como demonstrar simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação. Observe na figura 24 registro de um aluno.

Figura 24 – Registro do aluno E para questão *c* da atividade 1

c. Escreva simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação.	
Equilátero:	$A = B = C$
Isósceles:	$E = F$
Escaleno:	$G \neq H \neq I$

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Observando a resposta do aluno E para a questão C, percebemos ainda que ele usou letras maiúsculas A, B, C para representar os lados dos triângulos. Porém, sabemos a importância em utilizar corretamente a linguagem formal da Matemática, assim a forma indicada para a representação acima seria utilizar letras minúsculas ou segmentos AB, BC, CD.

Questão d da atividade 1 – Defina com suas palavras cada um dos triângulos.

Para a questão d pretendemos observar se os alunos internalizaram o que visualizaram no Geogebra sobre os triângulos e se perceberam que as questões que analisaram anteriormente os levariam às definições.

Primeiramente fizeram feições de assustados como se não fossem capazes de fazer as definições, mas explicamos que observando as atividades anteriores iriam notar que já tinham as respostas e apenas teriam que reorganizar as informações e o pensar. Assim, obtivemos rapidamente as definições, porém, mais uma vez com falhas na linguagem como vemos na figura 25 com as respostas do aluno E.

Figura 25 – Registro do aluno E para questão d da atividade 1

d. Defina com suas palavras cada um dos Triângulos:

Equilátero: é um triângulo que todos os lados iguais

Isósceles: é o que tem dois lados iguais e um lado diferente


Escaleno: possui 3 medidas diferentes

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Mesmo assim demonstraram compreender a definição de cada triângulo conforme suas propriedades. Ao responderem com precisão o que a pergunta queria, notamos que o Geogebra de fato, a partir de sua visualização gráfica propôs aos estudantes melhor visualização sobre o objeto estudado contribuindo com isso para que eles respondessem as questões com espontaneidade e certeza dos fatos.

Passando para a segunda atividade da intervenção que abordou a classificação dos triângulos conforme os ângulos, utilizamos as mesmas construções realizadas na atividade anterior. Iniciamos essa atividade apresentando a classificação dos triângulos conforme seus ângulos, dizendo que um triângulo é Acutângulo quando todos seus ângulos internos são menores que 90° , um triângulo é Obtusângulo quando um de seus ângulos internos é maior que 90° e que um triângulo é Retângulo quando um de seus ângulos internos for igual a 90° .

A seguir, apresentaremos cada uma das questões abordadas para as atividades 2 e 3, trazendo relatos dos alunos conforme os acontecimentos na aula que foram registrados nas gravações, pois não há registros por escrito, para essas atividades.

Questão a da atividade 2 – Utilize a ferramenta *Ângulo*  para encontrar os ângulos internos dos Triângulos. Observe que para encontrar o ângulo desejado deve clicar nos pontos no sentido anti-horário em relação ao ponto do meio. Renomeie cada ângulo encontrado para α (alfa), β (beta), γ (gama).

Com a ferramenta *ângulo* no Geogebra, os alunos mediram os ângulos internos dos triângulos. Apesar da questão deixar claro que para fazer a medição era necessário clicar nos vértices dos triângulos no sentido anti-horário e em relação ao vértice/ponto do meio, demonstraram não saberem usar tal sentido. Houve inúmeras tentativas para esta questão, a maioria dos alunos ao utilizarem o sentido incorreto encontrava o ângulo externo e não o interno e na tela do Geogebra ao observarem os ângulos medidos por nós, percebiam que os deles não estavam corretos.

O que podemos ressaltar de positivo nos erros citados, foram que ao observarem que o sentido que estavam usando para traçar os ângulos não estava dando certo, automaticamente apagavam o erro e tentavam novamente em outro sentido, podendo realizar assim diversas formas de validação e entender a forma correta para medir os ângulos no aplicativo.

Uma limitação que surgiu foi que havia alguns mouses com problemas técnicos e devido a isso se tornava demorado posicioná-los sobre os vértices dos triângulos para marcar os ângulos. Mesmo assim, os alunos que estavam com estes equipamentos também conseguiram realizar a atividade.

Questão b da atividade 2 – Movimentem os vértices dos triângulos construídos e encontrem cada um dos triângulos classificados acima conforme os ângulos acima. Esboce o desenho, as medidas dos lados e as dos ângulos.

Para a questão b, utilizaram o software para mover os triângulos e observarem a variação dos ângulos internos aparecendo na tela, testando se encontravam triângulos do tipo acutângulo, obtusângulo e retângulo.

Para o triângulo acutângulo o software possibilitou que os alunos rapidamente visualisassem que os ângulos internos do triângulo equilátero são fixos e medem 60 graus e satisfaziam as condições para o acutângulo. Também mostrou que era possível encontrar uma variedade de triângulos acutângulos, ao descolarem os vértices dos triângulos isósceles e

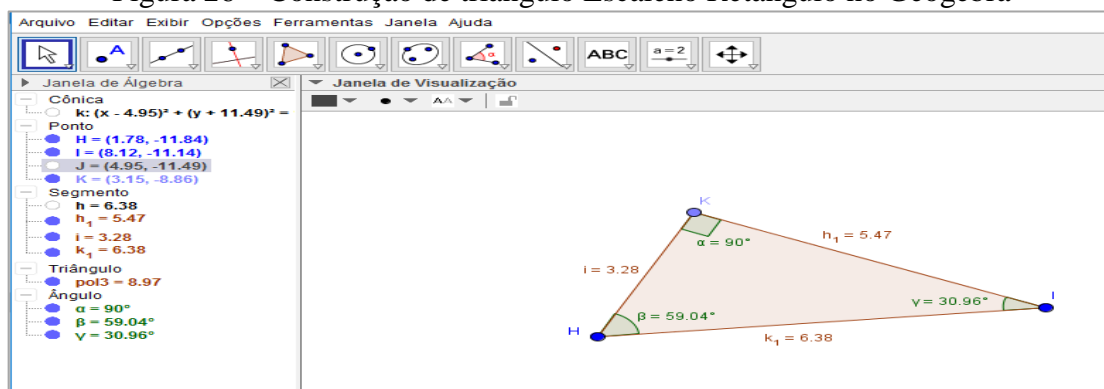
escaleno. Para encontrar triângulos obtusângulo, o Geogebra possibilitou a visualização da variação dos ângulos ao mover os triângulos isósceles e escaleno. Reforçou também a ideia de que é possível encontrar um ângulo maior que 90° em qualquer um dos ângulos α , β , γ , pois quando movimentavam os triângulos, cada aluno teve a oportunidade de achar especificamente o seu.

Ainda, com a resolução destas questões visualizando os movimentos dos triângulos em tempo real foi possível para os alunos encontrar e observar com certeza quais deles atribuíam a possibilidade de terem as duas classificações ao mesmo tempo. Por exemplo, ser triângulo isósceles e retângulo, entre outros. Desenharam a mão livre os triângulos encontrados apresentando também a medida de seus lados e ângulos. Porém, novamente perceberam imprecisões de seus desenhos ao tentarem.

Uma limitação para esta questão, foi não encontrarem nenhum triângulo Retângulo devido à precisão com que os valores dos ângulos mudavam no software ao movimentar os triângulos, tornando-se difícil fixar exatamente em 90° . Já estávamos preparados para tal problema, pois anteriormente a intervenção tínhamos testado a atividade. Visto isso explicamos que poderia ser uma limitação do software e que mesmo pesquisando para tentar encontrar alguma solução, não encontramos até então nenhum material que demonstrasse como mudar a escala dos valores no GeoGebra para números inteiros.

Contudo, deixamos claro que era possível demonstrar um Triângulo retângulo no software de Geometria Dinâmica do tipo triângulo Isósceles e Escaleno, inclusive levamos uma construção pronta com um desses exemplos para apresentá-los. Veja a construção na figura 26.

Figura 26 – Construção de triângulo Escaleno Retângulo no Geogebra



Fonte: Construção feita pelos autores.

Nesta construção criamos um triângulo escaleno do tipo retângulo conforme suas propriedades já definidas na construção. Mesmo sabendo o fato que iria acontecer na aula,

preferimos não levar o protocolo de construção para eles fazerem devido ao tempo que notoriamente não daria para finalizar. Todas as informações desta construção foram repassadas para os alunos, deixando evidente que construindo com valores óbvios para chegar a um triângulo retângulo escaleno, o software sem dúvida permitiria a construção desejada.

Diante tal limitação que ocorreu na questão *b*, criamos a questão *c*, pois preocupamo-nos em saber se realmente eles entenderam tal limitação.

Questão *c* da atividade 2 – Na atividade anterior foi possível encontrar todos os triângulos classificados conforme os ângulos (Acutângulo, Obtusângulo ou Retângulo)?

Ao responderem a questão *c*, disseram facilmente que apenas o triângulo Retângulo não foi possível encontrar, devido limitações do software sobre as construções realizadas no Geogebra para essa atividade, mas os outros encontraram tranquilamente.

Questão *d* da atividade 2 - Escreva simbolicamente quando um triângulo é: acutângulo, obtusângulo e retângulo.

Quando iniciamos a questão *d*, a aula chegou ao término e com isso, pedimos mais alguns minutos da aula seguinte, que seria de outra professora. Para a questão *d*, os alunos não tiveram dificuldades devido já terem aprendido na primeira atividade o que era escrever simbolicamente uma expressão. Eles disseram as respostas enquanto nós escrevíamos no quadro para que todos entendessem, porém os alunos apenas retomaram oralmente a definição para cada triângulo em relação aos ângulos e nós preocupados com o término da aula fomos escrevendo no quadro em forma simbólica. Mesmo assim, preocupamo-nos em fazê-los refletir sobre o fato de que para o triângulo obtusângulo o ângulo $\alpha > 90^\circ$ ou $\beta > 90^\circ$ ou $\gamma > 90^\circ$, ampliando a simbologia utilizada pelo livro didático da escola mostrando que “ $\beta > 90^\circ$ ”. E mostramos ainda que $\alpha = 90^\circ$ ou $\beta = 90^\circ$ ou $\gamma = 90^\circ$, novamente para ampliar o entendimento da simbologia do livro didático que utilizou “ $\alpha = 90^\circ$ ”. Nessa questão e nas demais a seguir apenas o aluno A respondeu rapidamente e com espontaneidade, o restante apenas observaram.

A primeira parte da atividade 3 que pedia para os alunos movimentarem os triângulos e encontrassem quando fosse possível as possibilidades apresentadas na tabela que trouxemos na figura 27, não foi resolvida, pois se tínhamos que optar por conta do tempo, no nosso ponto de vista essa questão de certo modo ela já tinha sido abordada na questão *b* da atividade 2, de

uma outra forma. Assim, optamos em abordar rapidamente as questões *a*, *b*, *c* que seguiam a atividade 3, para finalizar a aula.

Figura 27 – Recorte demonstrando tabela da atividade 3

Triângulos		Medida dos lados			Medida dos ângulos			Foi possível?
Equilátero	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Isósceles	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Escaleno	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							

Fonte: Própria dos autores.

As questões *a*, *b* e *c* da Atividade 3 não tinham no livro didático, mas achamos interessante para complementar a atividade e o raciocínio dos alunos conforme o que estudaram até o momento nesta aula.

Questão *a* da atividade 3 – Ao mover o triângulo equilátero o que você observa em relação aos seus ângulos? Você sabe explicar por que isso ocorre?

O aluno A respondeu que ao mover o triângulo Equilátero “os ângulos ficam sempre todos iguais”, mas quando perguntamos que valores eram esses, olhou para tela do Geogebra e citou os valores das medidas dos lados e não dos ângulos, nos fazendo perceber que ele confundiu ângulos com medidas dos lados. Esclarecemos que estávamos trabalhando em relação à medida dos ângulos e o valor das medidas dos lados poderia desativar para não confundi-los. Então, ao moverem outra vez viram que os ângulos do triângulo Equilátero não mudavam e permaneciam todos iguais a 60° . Quando questionamos porque isso ocorre, o aluno respondeu “porque todos os lados são iguais”, deduziu que todos os ângulos internos do triângulo Equilátero são iguais porque o triângulo possui todos os lados iguais.

Porém, quando perguntamos sobre a soma de todos os ângulos internos de um triângulo eles não lembraram ou não sabiam. Assim, explicamos que a soma da medida dos ângulos internos de um triângulo deve ser igual a 180° e por isso como o triângulo Equilátero possui três lados iguais e três ângulos iguais necessariamente cada um desses ângulos devem medir 60° .] Aproveitamos ainda para reforçar que este é um caso específico chamado triângulo

equiângulo, mas não aprofundamos devido não conter no livro didático. Apesar do aluno A confundir a pergunta no início, utilizou o Geogebra para instantaneamente rever seu erro e notoriamente o confirmou.

Questão b da atividade 3 – Ao mover o triângulo isósceles, o que você observa em relação aos seus ângulos?

Os alunos já não necessariamente utilizaram o software e disseram que possuem dois ângulos iguais e que isso ocorre porque dois lados são iguais. Ou seja, fizeram a mesma dedução utilizada anteriormente.

Questão c da atividade 3 – No caso de um triângulo isósceles retângulo, quais são necessariamente os valores dos ângulos? Explique.

De imediato os alunos não souberam raciocinar sobre o que queríamos, então resolvemos ir por partes e como não conseguiram encontrar um triângulo retângulo no aplicativo novamente não utilizaram. Perguntamos primeiro para que o triângulo fosse retângulo quanto mediria um de seus ângulos? O aluno A respondeu rapidamente “90 graus”. Posteriormente, e para ser isósceles? O aluno A respondeu “tem que ter dois lados iguais”. Então dissemos: se ele tem dois lados iguais e se um de seus ângulos medem 90 graus, quanto necessariamente medirá os outros dois ângulos que faltam sabendo que a soma dos ângulos internos tem que ser 180 graus? Os alunos demoraram para responder, mas fizeram os cálculos e o aluno A respondeu “45 e 45 graus”.

Concluimos essa questão acreditando que a atividade e o software contribuíram além das observações anteriormente para que os alunos compreendessem com certa concisão o conteúdo apresentado. Pois nesta questão, o aluno A ao refleti-la junto conosco sem muitas dificuldades, demonstrou ter guardado em mente o que tinha percebido na realização das questões anteriores trazendo subsídios para responder a última questão.

Os estudantes nos surpreenderam na realização das construções dos triângulos e nas repostas fornecidas para as questões. Primeiramente porque nunca tinham utilizado o aplicativo e mesmo assim não tiveram tantas dificuldades e principalmente pelo fato de que segundo a professora, eles tinham muitas dificuldades em Matemática, sobre o estudo dos triângulos e não sabiam nem mesmo resolver as quatro operações, ou seja, conteúdo essencial para prosseguir com diversos outros conteúdos. Porém, não demonstraram em nenhum momento estarem incomodados com o conteúdo estudado e tampouco não gostar de Matemática, pois houve participação intensa pela maioria e inclusive seis alunos

permaneceram na sala mesmo durante o intervalo de aula oferecido pela escola, para poderem aproveitar mais o software e adiantarem as atividades.

3.5 As entrevistas com o professor

Realizamos duas entrevistas com a professora da escola que participou dessa pesquisa, sendo a primeira antes da intervenção, que buscou saber as concepções da docente sobre a abordagem do livro didático para as atividades selecionadas sobre o Estudo da Classificação dos Triângulos, bem como as contribuições dele para o ensino e aprendizagem desse conteúdo. A segunda entrevista foi durante a intervenção em sala, e procurou compreender como a professora analisa a utilização do Geogebra para esse conteúdo na proposta da intervenção realizada, bem como as contribuições e possibilidades oferecidas pelo software. Nos tópicos a seguir discutiremos sobre os resultados das entrevistas.

3.5.1 Resultados da Primeira entrevista

A entrevista foi realizada no dia 20 de maio na sala de professores da escola, durante 28 minutos. Para a entrevista seguimos um roteiro com 18 perguntas que tratavam sobre os dados pessoais da professora, conhecimentos sobre informática e sobre o livro didático utilizado na escola para o 8º ano do Ensino Fundamental, especificamente sobre os exercícios escolhidos para serem adaptados. A entrevista foi gravada, assim as respostas dadas eram na forma oral, mas em alguns momentos pedimos que a mesma escrevesse.

Dados pessoais da professora - A professora de Matemática entrevistada possui quarenta anos de idade, leciona nessa escola há quinze anos, é formada em licenciatura em matemática há oito anos e leciona essa disciplina há quatro anos. Possui apenas o curso superior e não pretende fazer nenhum tipo de especialização nessa área, segundo ela, pretende fazer psicopedagogia, contudo gosta de Matemática.

Conhecimentos sobre informática – De acordo com a professora, seus conhecimentos sobre informática são poucos e de acordo com a mesma, nunca utilizou o laboratório de informática da escola e a informática em geral para dar aulas. Segundo a professora, nunca utilizou porque “o laboratório não estava disponível por causa da energia. Por isso que não levo os alunos para lá”. Os problemas de manutenções do laboratório de informática da escola, já tinham sido citados no tópico 3.1 deste trabalho.

Mesmo não utilizando informática diz que gosta desse recurso para o ensino e quando perguntamos se ela utilizaria em sala de aula respondeu: “eu acho que era bom”. Consequentemente, também nunca utilizou o Geogebra, mas já tinha ouvido falar desse aplicativo, então perguntamos se gostaria de conhecer ou aplicar em uma turma e ela respondeu que gostaria.

Perguntamos a professora o que ela pensa sobre a utilização de softwares matemáticos em sala de aula, se ela acredita que eles podem contribuir para o ensino de matemática e ela disse: “eu acho que contribui, para ajudar, porque os alunos... é difícil. Nem somar eles sabem.”

Daí, perguntamos como os softwares de fato, poderiam contribuir para o ensino e a aprendizagem e ela respondeu: “[...] os meninos são desligados, isso aí ia fazer com que eles despertassem.”

Entendemos que a professora quis dizer que seria interessante o uso de softwares visto que os jovens gostam de tecnologias e iria contribuir para que os alunos atribuíssem mais interesse a matemática, pois de acordo com ela, muitos não gostam da disciplina e possuem muitas dificuldades. Sobre as possibilidades que um software poderia contribuir para a aprendizagem dos alunos, percebemos que a professora não soube especificar em detalhes, talvez por sua inexperiência com tal recurso.

Livro didático da escola - Em relação ao livro didático adotado pela escola escolhido no PNLD 2014 (Projeto Araribá Matemática), a professora disse que utiliza constantemente e pretende utilizá-lo para o estudo de classificação dos triângulos, o qual iria iniciar nas aulas seguintes após nossa intervenção.

Perguntamos a professora o que ela achou sobre a escolha da coleção desse livro didático e ela disse: “É bom. O conteúdo dele em si, os objetivos, a forma como ele apresenta, é rico mesmo, as atividades são boas, bem legível.”

Posteriormente perguntamos se quando ela fosse abordar o conteúdo classificação dos triângulos, iria seguir a metodologia abordada no livro ou iria mudar. Ela respondeu: “Faço em algumas atividades. E no resumo também, eu resumo o conteúdo todinho, é muita coisa, então eu vou botando só os pontos básicos”.

Notamos que ela acredita que a forma como o livro aborda é coerente e organizada. Assim, antes de passar um determinado assunto não faz nenhuma modificação na abordagem do livro, apenas procura resumir porque considera muito extensa e preocupa-se com o tempo a cumprir com o cronograma da escola. Ela aborda apenas os pontos considerados importantes por ela para cada conteúdo e seleciona algumas das atividades propostas no livro

ou cria outras atividades. Afirmou ainda que entre todos os conteúdos ministrados, retoma ao estudo das quatro operações visto que seus alunos trazem déficit sobre este tema.

Nessa entrevista abordamos ainda questões que investigaram a opinião da professora sobre a forma como o livro Araribá no 8º ano abordou o estudo da classificação dos triângulos, levando em conta as possibilidades que o livro oferece para o estudo. Para facilitar colocamos no roteiro a seguinte observação para a professora: “Para responder, leve em conta a forma como o livro abordou o conteúdo, se as atividades e apresentação do conteúdo atribuíam aos alunos a possibilidade de observar, interpretar, construir, criar conjecturas, manipular, raciocinar, testar etc. E como poderia ser feito, caso discorde de alguma apresentação feita pelo livro.”

Levamos o livro didático e figuras no roteiro de entrevista com os dois exercícios selecionados do livro (exercícios 2 e 1), os quais escolhemos para fazer as adaptações para serem resolvidas no Geogebra em nossa intervenção. A seguir apresentaremos os recortes das atividades e as respostas da professora.

O primeiro recorte apresentado à professora encontra-se na figura 28, com a escrita da resposta.

Figura 28 – Primeiro recorte do exercício do livro

Apresentação da Classificação dos Triângulos quanto aos lados e ângulos (pag. 71).
A professora de Jair classificou os triângulos conforme este esquema. Observe como ela fez e, depois, responda às questões em seu caderno.

Lados			Ângulos		
Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo

na minha opinião os ângulos da classificação dos triângulos traz várias formas para que os alunos interpretem de forma coerente com a apresentação do conteúdo didático do livro e mostra a capacidade de cada um poder raciocinar e levar a resposta dos triângulos usando a tabela adequada.

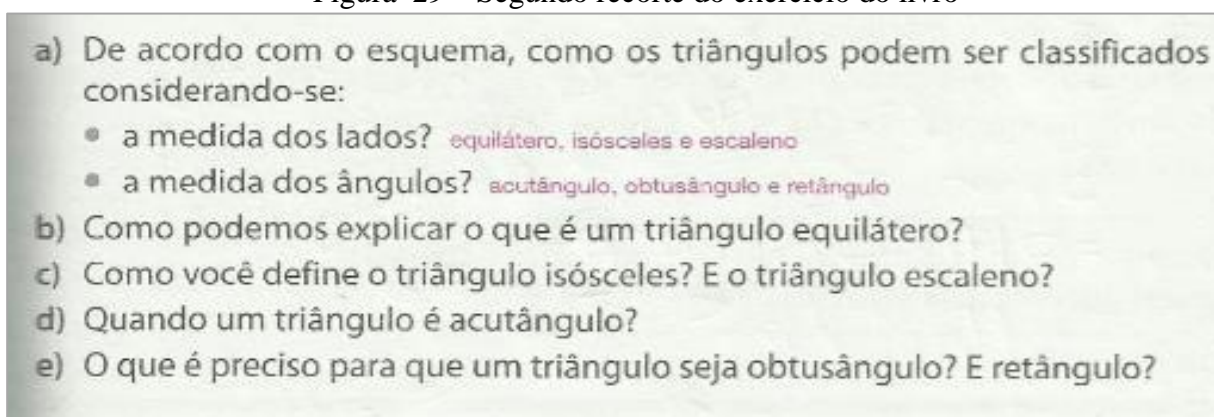
Fonte: Dados coletados pelos autores.

Com base na escrita percebemos que a resposta ficou um pouco confusa e incoerente com a questão abordada, pois no texto mostrado na figura vemos que a professora não supriu

o objetivo da pergunta. Além disso, a resposta deu a entender que há dificuldades da professora com a interpretação e com a própria linguagem. Outra questão ainda é o fato de que a professora não observou alguns detalhes que há na atividade como os que citamos no tópico 2.2, relativos a possíveis informações que permitem um entendimento equivocado pelo aluno, com base nisso refletimos junto com ela tais observações. E sobre isso, ela concordou conosco dizendo que isso realmente é “embaçado”.

O segundo recorte mostrado à professora diz respeito às perguntas que davam continuidade a apresentação da classificação dos triângulos mostrada novamente na figura 29:

Figura 29 – Segundo recorte do exercício do livro



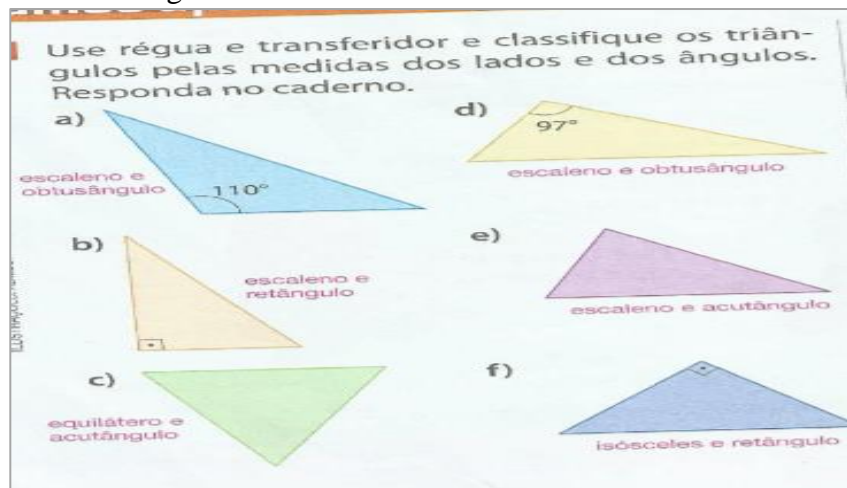
Fonte: Projeto Araribá Matemática (2014, p. 71).

Para esse recorte, perguntamos se as perguntas são suficientes para que o aluno entenda e assimile o conteúdo abordado, a professora disse “isso aqui tá bem claro, porque quando agente coloca já o desenho no quadro eles já sabem o que é, já vai saber o que é por conta das formas”. Disse ainda que todas as vezes manda os alunos trazerem as réguas para medirem os lados.

Entendemos que a professora achou que a tabela já é bem clara em sua apresentação trazendo as imagens dos triângulos conforme sua classificação. Afirma que eles ao verem as formas dos triângulos apresentados no esquema dado no livro ou os desenhos feitos no quadro já são suficientes para eles assimilarem cada um conforme sua classificação. Porém, entendemos que isso é um problema sério, porque os alunos ao acreditarem que um determinado triângulo possui apenas aquela imagem, talvez ao mudarmos a posição desse objeto eles possam vê-lo como um novo, confundindo o verdadeiro conceito para cada um conforme sua classificação.

Houve ainda um terceiro recorte apresentado a docente, de uma atividade sobre classificação quanto aos lados e ângulos. Segue na figura 30.

Figura 30 – Terceiro recorte do exercício do livro

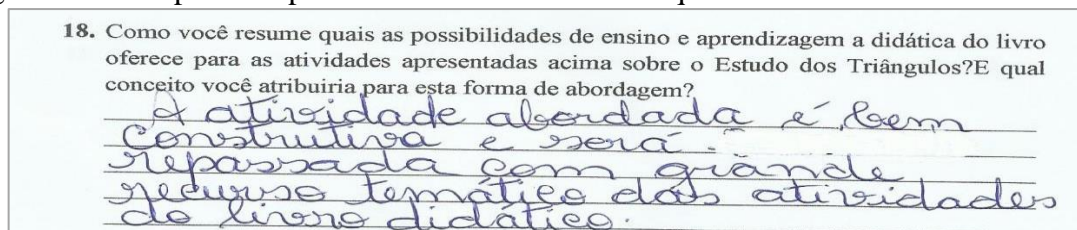


Fonte: Projeto Araribá Matemática (2014, p. 72).

Ao observar essa atividade, perguntamos a professora se considerava a atividade interessante e ela disse: “Essa aí é. Mais fácil né?”. Daí, perguntamos o porquê era mais fácil e ela respondeu “porque eles vão medir e aí vão dizer: ah professora parece com esse”. A professora quis dizer que os alunos iriam gostar da atividade porque como era para apenas medir então seria mais fácil e como o desenho já foi dado, eles iriam comparar as figuras desse exercício com as que tinham sido dadas no esquema de classificação de triângulos apresentado na figura 30 e assim seria mais fácil para eles. A partir disso, refletimos com a professora a possibilidade de pedir para eles construírem os triângulos, ao invés de apenas medir os que foram apresentados no exercício do livro e que também desse outros exemplos com mais possibilidades, pois o exercício limitou mostrando algumas possibilidades e não todas.

Por fim, questionamos a professora sobre as possibilidades de ensino e de aprendizagem que a didática do livro oferece para as atividades sobre triângulos mostradas anteriormente. E qual conceito ela atribuiria para essa forma de abordagem. A figura 31 a seguir traz a resposta da professora.

Figura 31 – Resposta da professora entrevistada sobre questionamento da didática do livro



Fonte: Dados coletados pelos autores.

A resposta da professora, mais uma vez, não atende ao que se perguntou. Contudo, a professora confirmou oralmente na gravação que a didática do livro para as atividades traz com certeza a possibilidade dos alunos construírem, investigarem, despertarem. Perguntamos se a atividade oferecia a oportunidade deles raciocinarem ou estavam muito óbvias e ela respondeu: “Não... ela tá bem interessante”.

Ao perguntarmos que conceito ela daria para a forma de abordagem que o livro trouxe, respondeu dizendo: “O livro é bom, não é ótimo”. A professora entendeu que algumas coisas no livro precisavam ser melhoradas.

Para a primeira entrevista consideramos que as respostas foram vagas, observamos que aparentemente a professora não compreendeu as perguntas abordadas. Algumas das respostas foram dadas de forma incoerente, outras com falta de concordância entre as palavras descritas e outras com justificativas não tão convincentes, pois algumas não respondiam e sim reforçavam algo que já veio na pergunta. Sobre o livro didático ela deu a entender que gosta e confia nas abordagens apresentadas por isso não muda a metodologia sugerida. Porém, vimos que ela mostrou não fazer reflexões em tais abordagens antes de utilizá-la, pois em suas frases defendeu o livro constantemente, mas quando apresentamos outras sugestões para as abordagens e algumas reflexões sobre supostas falhas, concordou conosco e no fim da entrevista afirmou que o livro tem detalhes a serem repensados e até melhorados.

3.5.2 Resultados da Segunda entrevista

A segunda entrevista foi realizada no dia 23 de maio, a professora escreveu suas respostas no roteiro de entrevista durante a intervenção didática. Foram abordadas algumas perguntas novamente em relação aos exercícios apresentados anteriormente e outras sobre as atividades adaptadas e apresentadas com o Geogebra. Para respondê-las pedimos para a professora efetuar as atividades juntamente com os alunos e observasse o que ocorreu durante a intervenção, porém ela preferiu apenas observar aos fatos. Apresentaremos a seguir as perguntas e respostas para essa entrevista.

Sobre as atividades apresentadas no livro – Foram feitas duas perguntas neste tópico da entrevista seguidas de algumas questões. Veja a primeira pergunta com as questões e respostas na figura 32 e a segunda pergunta na figura 33.

Figura 32 – Pergunta 1 com respostas da professora

1. As atividades sobre o estudo de classificação dos Triângulos apresentadas no Geogebra foram baseadas nas atividades do livro didático utilizado pela escola no 8º ano (p. 71- 72). Com base nisso dê sua opinião sobre:

a. Como o livro possibilitou apresentação e realização das atividades. *O livro é didático e muito bom e o conteúdo bem leve de assunto triângulos traz outras formas para explorar.*

b. Como as atividades foram apresentadas e realizadas no Geogebra. *Muito boa os alunos ficaram bastante ansiosos em aprender na ferramenta geogebra e a professora estagiária Odileide pode repassar*

c. Houve algumas modificações da apresentação do livro para a feita no Geogebra? (☒ sim () não)
Se sim, quais? *Como fazer os triângulos e cada classificação*

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Observando a resposta da professora para a questão *a* temos que ela não deixou claro que outras “formas” seriam essas citadas por ela no texto e quando diz que o livro é bem legível, não deu a entender se era com boas imagens ou com boas apresentações, ou outra interpretação. Deixando a resposta mais uma vez vaga.

Em relação a questão *b*, de como as atividades foram apresentadas e realizadas no Geogebra queríamos que ela ao respondê-la percebesse as diferenças entre utilizar apenas o livro e utilizar também um software de Geometria Dinâmica. Porém, esse objetivo não foi alcançado quando a professora respondeu apenas que as atividades foram boas e ajudaram os alunos a ficarem ansiosos. Sobre a questão *c*, notamos que a docente percebeu que houve alterações na atividade do livro para a adaptada para o Geogebra, porém não especificou quais foram exatamente tais alterações.

Em relação à segunda pergunta feita a professora, observe a figura 33.

Figura 33 – Pergunta 2 com respostas da professora

2. As atividades do livro ofereceram contribuições ou possibilidades para os alunos:

a. Construírem os Triângulos? Se sim, como? *Sim! mais de forma com a régua e sempre saindo uns maiores de outros menores*

b. Observar os Triângulos em variadas posições? Se sim, cite um exemplo. *Sim! Equilátero, Isosceles Escaleno, Retângulo, Obtusângulo e*

c. Manipular/testar os Triângulos construídos? Em que momento? *na aula Retângulo abordada na sala de informática*

d. Interpretar, raciocinar ou criar suas próprias conclusões? Explique. *Correto! Pois cada passo dado na aula de conteúdo triângulos tem como interpretar, raciocinar e criar trouxe quando concluído para com o aluno e enriqueceu a aula.*

Fonte: Dados coletados pelos autores.

A questão abordada foi em relação as contribuições ou possibilidades o livro ofereceu para os alunos sobre o estudo dos triângulos. Para as questões *a* e *b*, a professora confirmou que o livro possibilitou os alunos construírem os triângulos e em várias posições. Entendemos que ela quis dizer que dava possibilidades para construírem utilizando régua, porém os triângulos eram desenhados com imprecisões. Porém, sabemos que com régua é possível construir triângulos conforme suas propriedades desde que os alunos a conheçam, também é possível desenhar no papel os triângulos em variadas posições, porém percebemos que o livro Araribá do 8º ano não aborda isso e para a professora fazer isso no quadro poderia tomar muito tempo.

Para a questão *c*, ela confirma que o livro ofereceu contribuições ou possibilidades de testar os triângulos, mas quando perguntamos em que momento ela respondeu “na aula abordada na sala de informática”. Ou seja, ela não entendeu que queríamos saber sobre a abordagem do livro. Mas, percebeu a possibilidade na intervenção com o Geogebra. Para a questão *d* não entendemos de fato o que ela quis dizer.

Sobre as atividades adaptadas para o Geogebra – Para este tópico trouxemos 6 perguntas. Iniciaremos mostrando na figura 34 a primeira pergunta.

Figura 34 – Pergunta 3 com respostas da professora

Sobre as atividades adaptadas para o Geogebra:

3. Você acha que o GeoGebra contribuiu:

a. Para a apresentação e realização de atividades sobre o Estudo dos Triângulos? (☒ sim) (☐ não)
 Explique: *Este período da estagiária na sala de informática os alunos adquiriram experiências e se motivaram na aula de acordo com a apresentação da professora Edilene*

b. Para a construção dos Triângulos estudados? (☒ sim) (☐ não)
 Explique: *Perceber que os alunos ficaram todos motivados e entenderam como construir o triângulo no geogebra.*

c. Para a exploração/movimentação dos Triângulos? (☒ sim) (☐ não)
 Explique: *Cada passo dado na aula foi bem explicado a cada aluno e bem passado e concluído.*

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Sobre as atividades adaptadas para o Geogebra, a pergunta 3 trouxe na questão *a* se o software contribuiu para a apresentação e realização das atividades sobre o estudo dos triângulos. Obtivemos que a professora em seu texto deu a entender que os alunos ganharam

mais experiências com a aula, porém não respondeu, de fato como o aplicativo contribuiu para o conteúdo.

Em relação a questão *b* da pergunta 3, a entrevistada também não soube informar que tipo de contribuição o Geogebra ofereceu para as construções dos triângulos, por exemplo, se foi mais prático ou mais trabalhoso, se as construções ficaram deformadas ou exatamente conforme suas propriedades, entre outros exemplos. Apenas refletiu que “os alunos ficaram todos motivados e entenderam como construir os triângulos no Geogebra”.

Ainda para a contribuição do software de explorar e movimentar os triângulos, na questão *c* ela observou que existe contribuições para isso, mas novamente justificou de forma incoerente, não percebendo, por exemplo, que o Geogebra contribui de forma visível para que os alunos movimentem os triângulos de forma dinâmica e rapidamente, observando com mais rapidez o que acontece, por exemplo, com as medidas dos lados de cada triângulo.

Na pergunta 4, a professora observou algumas das possibilidades particulares do Geogebra. Observe na figura 35.

Figura 35 – Pergunta 4 com respostas da professora

4. Quais possibilidades particulares você observou que o Geogebra oferece para:

- Construir os triângulos. *muito bem facilitando mais e aprendendo melhor*
- Trabalhar e relacionar as medidas dos lados. *Sim pois os resultados foram excelentes e todos corretos.*
- Trabalhar e relacionar as medidas dos ângulos. *Sim. Cada ângulo sua medida e espessura de acordo com suas classificações.*
- Foi possível, mover/ testar os triângulos construídos? ☒ sim () não
- Foi possível observar os Triângulos em variadas posições? ☒ sim () não
- Os alunos tiveram a oportunidade e possibilidade de chegar as suas próprias conclusões? ☒ sim () não

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Para a questão *a*, deu a entender que o aplicativo facilita a construção dos triângulos e ajuda os alunos a aprender mais. Para a questão *b* e *c*, especificamente para trabalhar as medidas dos lados e dos ângulos dos triângulos não soube descrever como o Geogebra possibilitaria esse entendimento, escreveu uma justificativa sem nexo em relação à pergunta. Para as questões *d*, *e*, *f*, apenas confirmou o que foi perguntado marcando as opções “sim” ou “não” dadas.

As questões da pergunta 5, surgem como continuidade da pergunta 4. Veja na figura 36.

Figura 36 – Pergunta 5 com respostas da professora

a. Você acha que o Geogebra oferece mais possibilidades de ensino do que a utilização apenas do livro didático? Comente. Sim! o geogebra é rico em conteúdo para formar os triângulos e classificar cada um.

b. Você acha que o Geogebra oferece mais possibilidades que a utilização de materiais: caderno/lápis/quadro/régua/compasso? Comente. Com certeza pois a geogebra mostra cada passo de acordo com cada triângulo e sua medição

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Para a questão *a*, a professora confirma que o Geogebra oferece mais possibilidades de ensino do que apenas o livro didático, porém em sua justificativa, não ofereceu muita coerência e não dá uma justificativa convincente. Para a questão *b*, confirma está de acordo com a pergunta, porém não descreve em detalhes sua justificativa.

A pergunta 6, aborda sobre a limitação do software para a atividade. Veja a figura 37.

Figura 37 – Pergunta 6 com resposta da professora

6. Qual a limitação do GeoGebra na atividade? O que ele não permitiu realizar, mas que seria importante mostrar para o estudo de Classificação dos Triângulos? Explique. não! no momento não percebi nada de alteração no geogebra

Fonte: Dados coletados pelos autores.

Sobre as limitações do software para o conteúdo abordado a professora acredita não existir. Porém na nossa atividade como foi especificado no tópico 3.4.4 os alunos não conseguiram encontrar um Triângulo Retângulo cujo um dos seus ângulos internos tem que ser igual a 90° . A docente demonstrou não estar totalmente atenta a intervenção ou não perceber tal limitação, talvez um dos motivos para que a maioria das suas respostas tenha sido incoerente as perguntas abordadas. Pois, houve momentos em que a professora saiu da sala de aula perdendo assim algumas das apresentações.

Na pergunta 7, indagamos se houve dificuldades dos alunos para utilizar o Geogebra e realizar as atividades. Observe a figura 38.

Figura 38 – Pergunta 7 com respostas da professora

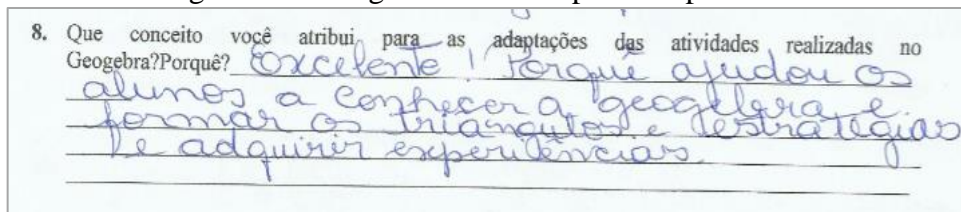
7. Houve dificuldades por parte dos alunos para utilização do Geogebra e para realização das atividades? Se sim, quais? Sim, mas com a ajuda da professora Odellide ensinou com paciência passo a passo e a aula foi bem sucedida e gratificante.

Fonte: Dados coletados pelos autores.

A professora explicou que os alunos tiveram dificuldades com o software, mas não especificou quais foram às dificuldades apresentadas, afirmou apenas que a ministrante procurou ajudar nos problemas e com paciência ensinou o conteúdo abordado.

Na pergunta 8, a professora atribuiu um conceito para as atividades adaptadas e realizadas com o Geogebra. Veja na figura 39.

Figura 39 – Pergunta 8 com resposta da professora



Fonte: Dados coletados pelos autores.

Observando a figura 39, temos que a professora atribuiu conceito excelente sobre as adaptações feitas nas atividades, justificando que as mesmas deram a oportunidade para os alunos conhecerem o software ganhando assim mais experiências sobre o conteúdo.

Analisando num todo, a segunda entrevista pontuamos que em relação ao livro didático a professora reforça suas ideias da primeira entrevista de que o livro é muito bom e oferece abordagens interessantes e com metodologias diferentes para o ensino, destacando que estimulam os alunos a utilizarem ferramentas como régua.

Tratando-se das atividades adaptadas para o Geogebra, algumas respostas da professora afirmaram a falta de conhecimentos dela sobre o uso de softwares e do Geogebra em sala de aula. Mesmo assim, observando a aula com a atividade adaptada e a utilização do software demonstrou em suas escritas que percebeu a motivação dos seus alunos sobre a aula e que o software contribuiu para eles construírem os triângulos conforme suas classificações e propriedades. Mostrou perceber que o Geogebra proporciona várias possibilidades para o conteúdo e afirmou que o software dá mais possibilidades que a utilização de ferramentas tradicionais. Sobre a abordagem adaptada com o aplicativo atribuiu conceito excelente.

Diante a falta de experiência da professora em utilizar esse recurso, acreditamos que as observações feitas por ela sobre a aula e sobre o Geogebra, contribuíram para que refletisse as possibilidades que a Geometria Dinâmica pode oferecer ao estudo da classificação dos triângulos e sobre a matemática em geral. Inclusive, para seu conhecimento do software Geogebra tentando fazê-la perceber que possibilidades ele dá há mais que apenas a utilização do livro didático e ferramentas cotidianas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando as pesquisas realizadas sobre trabalhos que tratam da Geometria no Brasil, entendemos primeiramente que apesar dos relatos de mudanças sobre o ensino da Geometria, este ainda encontra-se precário e defasado.

Diante essa realidade percebemos que é necessário haver mais incentivo para professores sobre esse bloco de conteúdo, pois é de grande importância o estudo sobre ele uma vez que aborda e proporciona ao aluno a capacidade de desenvolver o pensamento lógico e lidar com situações do cotidiano.

A partir disso, oferecemos a alternativa de trabalhar com ambientes de Geometria Dinâmica para o estudo da Geometria. São excelentes recursos que podemos utilizar para explorar construções e propriedades de objetos com alguns diferenciais em relação aos convencionais. No nosso caso apresentamos o Geogebra que proporciona diversas contribuições e possibilidades para o estudo dos triângulos.

Nas intervenções didáticas realizadas em nossa pesquisa em uma turma de 8º ano de uma escola pública, ao utilizarmos o software de Geometria Dinâmica Geogebra notamos que os alunos tiveram algumas oportunidades. Primeiramente de utilizar o laboratório de informática da escola para uma aula de matemática, pois nunca tinha ocorrido para a turma; aproveitar os recursos tecnológicos que a escola possui, por exemplo, os computadores, apesar de alguns estarem precisando de manutenções simples como formatação; os alunos que não tinham acesso a informática e não sabiam manusear o computador e o mouse com praticidade puderam minimizar algumas dúvidas consideradas simples, mas de importância para eles; conhecer o software Geogebra e com isso tiveram a oportunidade de utilização e, apesar de nunca terem manuseado, não consideraram difícil e percebemos que se familiarizaram rapidamente com o aplicativo.

Durante a intervenção, os alunos demonstraram trazer algumas dificuldades sobre o estudo dos triângulos e sobre a linguagem matemática, inclusive na utilização de simbologias. Apesar de tais dificuldades e de demorarem para realizar as construções dos triângulos no Geogebra, considerando que nunca tiveram utilizado o software, vimos que boa parte das questões abordadas sobre a classificação dos triângulos foram respondidas com domínio a medida que movimentavam os vértices dos triângulos. Ainda, percebemos que o interesse dos alunos em participar da intervenção demonstrou a possibilidade de obterem mais empenho sobre a disciplina, vendo como uma matéria interativa e interessante, passando a dar mais relevância a sua importância para inúmeras situações.

Acreditamos que a pesquisa colaborou para o incentivo de mais pesquisas sobre essa área, pois é de extrema importância que a realidade das escolas públicas seja investigada.

Além disso, a professora de matemática teve a oportunidade de conhecer uma metodologia diferente e nova para ela, podendo ser incentivada a procurar aprender utilizar tais recursos em sala de aula e a dar continuidade a essa forma de ensino.

Concluimos que as contribuições e possibilidades trazidas pelos softwares de Geometria Dinâmica, neste caso o Geogebra, para o estudo de classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, quando comparadas às propostas convencionais apresentados nos livros didáticos são que:

- O Geogebra, com a geometria dinâmica, oferece a possibilidade de realizarem as construções dos triângulos conforme suas propriedades, mas além disso de manipular e realizar vários testes em suas construções em tempo real, podendo observar rapidamente as mudanças que ocorrem ao mover os triângulos, dando a oportunidade dos alunos organizarem passo a passo suas próprias conclusões sobre o que viam acontecer na tela do software;
- Oferece praticidade para perceber a diferença entre desenhar e construir um triângulo, pois disponibiliza facilmente as ferramentas necessárias para construirmos com ou sem propriedades. Além disso, os triângulos são construídos com mais precisão, não confundindo os alunos em suas análises;
- Acreditamos que a forma dinâmica que o Geogebra oferece para a construção, apresentação e exploração dos triângulos são o diferencial em relação aos recursos convencionais, pois, as possibilidades de mover/arrastar os triângulos, proporcionam a eles uma nova forma de estudar o conteúdo e de ver a matemática. Ao moverem os triângulos observam visualmente os valores das medidas dos lados e dos ângulos mudarem ou não, dependendo de suas propriedades, essa possibilidade proporciona sem dúvida melhor visualização sobre as relações entre os lados e ângulos, bem como que propriedades satisfazem cada triângulo conforme sua classificação, uma vez que na nossa intervenção os alunos puderam notar essas constantes sem muitas dificuldades.

Para nossa experiência, o trabalho foi extremamente importante, considerando que a partir das leituras feitas sobre a Geometria Dinâmica do Geogebra pudemos aperfeiçoar nossos conhecimentos sobre a utilização do software. Uma vez que, algumas dificuldades e

dúvidas sempre existem e isso pode ser mudado com a prática. Como exemplo, algumas das primeiras construções que fizemos do triângulo escaleno deformavam e quando conseguíamos construí-lo conforme suas propriedades os valores das medidas dos seus lados não variavam ao movê-lo, mas queríamos que variassem pois assim, em nossa concepção, o aluno entenderia melhor as propriedades que satisfazem a definição desse triângulo. Então, diante inúmeras tentativas e pesquisas chegamos ao objetivo do estudo. Outro desafio foi o de adaptar a atividade para o Geogebra, pois, foi necessário fazer vários testes sobre cada questão elaborada para ter certeza que iria suprir os objetivos para a aula, caso contrário, tinha que repensar novamente. Contudo, entendemos que sempre há mais a ser investigado e aperfeiçoado.

Em relação à experiência de entrevistar/conversar à professora da escola, apesar de experiente e de lecionar há anos, demonstrou não ter experiências sobre a utilização de informática e softwares de Geometria Dinâmica para ensinar matemática e também traz algumas dificuldades em relação a própria Geometria e linguagem matemática. Fazendo-nos refletir sobre a importância de compreender e estudar os conceitos matemáticos de maneira eficiente enquanto alunos graduandos e a importância de aprendermos a utilizar ferramentas que sem dúvida, irão enriquecer o ensino e aprendizagem colaborando para a melhoria da educação matemática no nosso país.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. A gênese instrumental na interação com o geogebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática/the instrumental genesis and its interaction with geogebra: a proposal for continuing education for mathematics teachers. *Bolema*, Universidade Estadual Paulista"Julio de Mesquita Filho - IGCE - Depto de Matemática, v. 27, n. 46, p. 349-365, 2013.

ALVES, E. d. S.; ASSIS, C. d. F. C.; MARTINS, F. S. Inclusão digital e o ensino de matemática em escolas públicas: vivências no programa infomat/proext. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 2015, Maceió. *Anais do workshop de informática na escola. Maceió, 2015.* p. 340.

ALVES, E. d. S.; ASSIS, C. d. F. C. A matemática e os desafios para a integração das tecnologias digitais no ensino médio de escolas públicas: ações de formação no contexto do projeto prolicen. II Congresso Nacional de Educação, 12p, 2015.

ALVES, G. d. S.; SAMPAIO, F. F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, n. 5, p. 69–76, 2010.

ASSIS, C.d.F.C. ; BEZERRA, M.C.A. Softwares educativos nas aulas de geometria. In: ANGELO, C. B. et al. *Tecnologias para Ensinar Matemática: Reflexões e atividades para o Ensino Fundamental*. 1ª ed. João Pessoa: Editora universitária da UFPB, 2011.

BARBASTEFANO, R. G.; MATTOS, F.; GUIMARÃES, T. Tabulæ, um programa de geometria dinâmica destinado à aprendizagem colaborativa. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Pernambuco, 2004. p. 1-7.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/secretaria de educação fundamental. Brasília: MEC/SEF,1997. 142p.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/secretaria de educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL. Censo da educação básica: 2012. Resumo técnico. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacional Anísio de Teixeira, 2013.

BRASIL. Guia de livros didáticos: PNLD 2014 matemática/ Secretaria da educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2013. 104p.

BRASIL. Plano de desenvolvimento da educação: prova brasil/ensino fundamental/matrizes de referências/ tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB/INEP, 2011. 200p.

BRIZOLA, M. B. d. A. Classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, apresentação do teorema de pitágoras. *Lume Repositório digital*, Rio Grande do Sul. 2015. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134466>>. Acesso em: 05 jun. 2016.

CARDOSO, M. C. S. A. et al. Software gratuitos de geometria dinâmica. *Nuevas Ideas en Informática Educativa TISE*, p. 515 – 518, 2013. (ARTIGO)

CANAVARRO, A.P.; MOREIRA, D.; ROCHA, M. I. **Tecnologias e Educação Matemática**. 1ª ed. Lisboa: Sociedade portuguesa de Ciências da Educação, 2008.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: [s.n.], 2002.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria, In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7, 1996. Porto Alegre, *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, Porto Alegre, 1996.

JUNQUEIRA, M. M. B. d. B. *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos: Um estudo no 9o ano de escolaridade*. 1994. 306 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Educação) — Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa. 1994.

KOTSKO, E.G.S. Sugestão do uso do software Geogebra no ensino de função do segundo grau na oitava série do ensino fundamental. Curitiba: Universidade Federal do Paraná. 2011.

LEONARDO, F. M. d. *Projeto araribá: matemática*. São Paulo: Moderna, 2010, 143p.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S. Reflexões sobre o uso do geogebra e o ensino de geometria euclidiana. *Informática na educação: teoria & prática*, Porto Alegre, v. 16, n. 1, 2013.

MAIA, C. K. *A organização praxiológica do objeto triângulo nos livros didáticos da 7ª série do ensino fundamental*. 2008. 186 f. Dissertação (Mestrado em Educação científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2008.

MEDEIROS, S.R.P.d. Estudo dos Triângulos: uma proposta para o ensino de geometria com auxílio de mídias digitais. São Sepé, 2011. Trabalho de conclusão de curso. Departamento de matemática pura e aplicada da universidade federal do rio grande do sul. 2011

MOCROSKY, L.F.; MONDINI, F.; ESTEPHAN, V.M. **O Ensino de Geometria no Brasil:** Alguns aspectos da sua origem nos livros didáticos brasileiros. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 3,10 p. Ponta Grossa (PR), 2012.

MORESI, E. Metodologia da pesquisa. Universidade Católica de Brasília, 2003.

MORI, I. ; ONAGA, D. S. Matemática: ideias e desafios. 17ª edição. São Paulo: Saraiva, 2012. 304 p.

NASCIMENTO, E. G. A. d. Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria. 2012. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. 2012.

NASCIMENTO, E. G. d. Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da Unifor, ISSN, 2012.

OLIVEIRA, J. B. de. et al. O uso de tablets e o geogebra como ferramentas auxiliaadoras no ensino da matemática. XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da Unifor, ISSN, 2012.

Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Diretoria de Tecnologias Educacionais. Dr. Geo , versão 1.1 : geometria interativa. Secretaria de Estado da Educação. Curitiba : SEED – Pr., 2010. 33p.

PASSOS, C. L. B. Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula. 2000. 349 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas (SP), 2000.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, v. 1, n. 1, p. 7 – 17, 2009.

PEREIRA, T. d. L. M. O uso do software geogebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

PETLA, Revelino José. GeoGebra – Possibilidades para o Ensino de Matemática. União da Vitória: PDE, 2008.

PONTE, J.; OLIVEIRA, P.; CANDEIAS, N. Triângulos e quadriláteros—materiais de apoio ao professor, com tarefas para o 3. o ciclo – 7º ano. 2009. Disponível em: <http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/temas%20matematicos/Triangulos_quadrilateros.pdf>. Acesso em: 02 jun 2016.

REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. d. Congruência de triângulos. In:_____. (Org). *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*. Campinas, SP: Unicamp, 2008. p. 32.

SENA, R. M; DORNELES, B. V. Ensino de geometria: Rumos da pesquisa (1991-2011) teaching geometry: Research directions (1991-2011). *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis (SC), v. 8, n. 1, p. 138–155, 2013.

SILVA, G. H. G. d ; PENTEADO, M. G. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 1, 1066 - 1079, 2009.

APÊNDICE A – ROTEIRO DE ATIVIDADES

UFPB- Campus IV /CCAIE - DCE - Trabalho de Conclusão de Curso
 Licenciatura em Matemática - Orientadora: Cibelle de Fátima Castro de Assis
 Graduada: Edileide dos Santos Alves. Email: edileidematemática@gmail.com



Nome: _____ Turma: _____ Turno: _____ Data: _____

O Estudo da Classificação dos Triângulos com o Geogebra

1. A professora de Jair classificou os Triângulos em relação aos seus **lados** em **Equilátero**, **Isósceles** e **Escaleno**. Construa cada um no Geogebra conforme os *Protocolos de construções* a seguir e posteriormente responda as questões.

Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Equilátero
	Construa um segmento AB.
	Construa dois círculos, um dado centro (A) e um de seus pontos (B) e outro dado centro (B) e ponto em (A).
	Crie o Ponto de Intersecção entre as duas circunferências.
	Crie um Polígono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative as cônicas.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Equilátero.

Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Isósceles
	Construa um círculo dado centro (D) e um de seus pontos (E).
	Crie um ponto (F) sobre a circunferência.
	Crie um Polígono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative a cônica.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Isósceles.

Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Escaleno
	Crie três Pontos G, H, I sobre a <i>Janela de visualização</i> do geogebra.
	Construa duas <i>Mediatrizes</i> . Para isso, clique sobre o primeiro ponto e depois no segundo. Clique no primeiro ponto e depois no terceiro.
	Crie o Ponto de Intersecção (J) das retas criadas anteriormente.
	Construa um círculo dado centro sobre o ponto de intersecção (J) e o primeiro ponto (G).
	Crie um Polígono. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Na <i>Janela de Álgebra</i> desative a cônica e as retas mediatrizes.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e insira <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Escaleno.

- a. Movimente os vértices dos Triângulos construídos e encontre três triângulos do tipo Equilátero, do tipo Isósceles e do tipo Escaleno. Escreva nas tabelas abaixo as medidas dos lados encontradas.

Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Equilátero						
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Isósceles						
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Escaleno						

- b. Na realização da atividade anterior o que você observou quanto às medidas dos lados dos Triângulos?

Equilátero: _____

Isósceles: _____

Escaleno: _____

- c. Escreva simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação.

Equilátero: _____

Isósceles: _____

Escaleno: _____

- d. Defina com suas palavras cada um dos Triângulos:


Equilátero: _____

Isósceles: _____

Escaleno: _____

2. A professora de Jair também classificou os Triângulos conforme seus **ângulos**. Observe na tabela abaixo.

Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
Todos os ângulos internos são menores que 90°	Um de seus ângulos internos é maior que 90°	Um de seus ângulos internos é igual a 90°

- a. Utilize a ferramenta *Ângulo*  para encontrar os ângulos internos dos Triângulos. Observe que para encontrar o ângulo desejado deve clicar nos pontos no sentido anti-horário em relação ao ponto do meio. Renomeie cada ângulo encontrado para α (alfa), β (beta), γ (gamma).
- b. Movimente os vértices dos triângulos construídos e encontre cada um dos triângulos classificados acima conforme os ângulos acima. Esboce o desenho, as medidas dos lados e as dos ângulos.
- c. Na atividade anterior foi possível encontrar todos os triângulos classificados conforme os ângulos (Acutângulo, Obtusângulo ou Retângulo)?

d. Escreva simbolicamente quando um triângulo é:

Acutângulo: _____

Obtusângulo: _____

Retângulo: _____

3. Movimentando os Triângulos encontre quando for possível:

Triângulos		Medida dos lados			Medida dos ângulos			Foi possível?
Equilátero	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Isósceles	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Escaleno	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							

- a. Ao mover o Triângulo equilátero o que você observa em relação aos seus ângulos? Você sabe explicar por que isso ocorre?
- b. Ao mover o Triângulo Isósceles, o que você observa em relação aos seus ângulos?
- c. No caso de um Triângulo Isósceles Retângulo, quais são necessariamente os valores dos ângulos? Explique.

APÊNDICE B – PLANO DE AULA



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

Licenciatura em Matemática – **Trabalho de Conclusão de Curso – 2014.2**

Professora Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluna: Edileide dos Santos Alves

PLANO DE AULA

Conteúdo: Estudo dos Triângulos: Classificação quanto aos lados e ângulos.

Bloco de conteúdo: Espaço e Forma

Indicação: 8º ano do Ensino Fundamental

Competências e Habilidades: Deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de construção, testes, observação, espírito de investigação, onde eles devem usar a linguagem matemática para argumentar sobre suas conjecturas. Trabalhar coletivamente procurando respeitar e aprender com o próximo.

Conhecimentos prévios: Conhecer os elementos e conceito de um triângulo.

Duração da aula: 6 horas / aulas

Recursos materiais: Notebook, Datashow, Laboratório de informática com desktops, software Geogebra instalado, quadro, pincel, apagador, roteiro de atividades impresso.

Objetivos da aula:

- Estudar a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos a partir da utilização do software matemático Geogebra;
- Construir Triângulos Equiláteros, Isósceles, Escaleno, Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo e testar, observar, analisar e discutir conjecturas juntamente com a turma, a fim de chegar a conceitos/definições sobre classificação dos Triângulos.

Desenvolvimento da aula:

A aula ocorrerá em dois momentos. O primeiro apresentará o aplicativo matemático Geogebra mostrando rapidamente algumas de suas ferramentas e funcionalidades. No segundo momento, iniciaremos o estudo sobre classificação dos Triângulos quanto aos lados e ângulos utilizando o software Geogebra. Iniciaremos a aula entregando um roteiro contendo três atividades, a primeira sobre classificação quanto aos lados, à segunda sobre classificação quanto aos ângulos e a terceira sobre algumas possibilidades destas classificações.

Primeiramente, em duplas, os alunos irão construir no Geogebra os Triângulos Equilátero, Isósceles e Escaleno e a construção será feita juntamente com a ministrante e a partir do Protocolo de construção dado no roteiro de atividades. Na sequência, movimentarão os vértices dos Triângulos para procurar três Triângulos do tipo Equilátero, Isósceles e Escaleno. Preencherá uma tabela proposta para guardar as medidas dos lados dos Triângulos encontrados e esboçar os desenhos a mão livre. Irão fazer algumas observações sobre o que preencheram na tabela e sobre as construções presentes na tela do Geogebra, respondendo adiante a uma sequência de questões sobre o tema abordado, como exemplo, o que observaram quanto às medidas dos lados dos Triângulos, escrever simbolicamente a relação dos lados e definir o conceito de um Triângulo Equilátero, Isósceles e Escaleno.

Posteriormente, realizaremos a segunda atividade, a qual inicia explicando que os Triângulos são classificados em relação aos ângulos em: Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo. Os alunos iniciarão essa atividade utilizando no Geogebra a ferramenta *Ângulo* para medir os ângulos internos dos Triângulos construídos na primeira atividade. A partir disso, movimentarão os vértices para procurar cada um dos Triângulos classificados quanto aos ângulos esboçando também o desenho e as medidas obtidas. Em seguida observarão se foi possível encontrar todos os Triângulos desejados conforme os ângulos e escrever simbolicamente quando um Triângulo é Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo. Para finalizar, na terceira atividade irão mover novamente os vértices dos Triângulos e preencher uma tabela que organiza as possibilidades de um Triângulo Equilátero, Isósceles e Escaleno ser

Acutângulo, Obtusângulo e/ou Retângulo. Ainda, refletirão sobre as seguintes questões: Ao mover os triângulos Equilátero e Isósceles o que observa em relação aos seus ângulos e porquê isso ocorre? No caso de um triângulo Isósceles Retângulo, quais seriam necessariamente os valores dos ângulos?.

Avaliação da aprendizagem

A avaliação será realizada no decorrer dos questionamentos apresentados em sala de aula. Observando se os conceitos de classificação dos Triângulos quanto aos lados e ângulos apresentados estão sendo assimilados conforme as discussões feitas durante a resolução das atividades.

Referências

LEONARDO, F.M. Projeto Araribá Matemática. 3ª edição. São Paulo: moderna, 2010. p. 71-73.

APÊNDICE C – ROTEIRO DA PRIMEIRA ENTREVISTA PARA O PROFESSOR



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática – Trabalho de Conclusão de Curso – 2014.2

Professora Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluna: Edileide dos Santos Alves

**QUESTIONÁRIO PARA PROFESSOR DE MATEMÁTICA
(8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL)**

Dados pessoais do professor

1. Nome: _____
2. Idade: _____ Sexo: () feminino () masculino
3. Possui formação superior em Matemática? Há quanto tempo? _____
4. Está realizando ou têm () Especialização () Mestrado () Doutorado () pós- doutorado () nenhum.
5. Quantos anos de experiência na profissão? _____
6. Há quanto tempo leciona nesta escola? _____

Conhecimentos sobre informática

7. Têm conhecimento sobre informática? _____
8. Já utilizou informática em sala de aula? Explique. _____
9. Gosta desse recurso para o ensino? _____
10. Conhece o Geogebra e já utilizou em sala de aula? _____
11. Se não conhece e não utilizou, gostaria de conhecer e aplicar em uma turma sua?
12. O que você pensa sobre a utilização de softwares matemáticos em sala de aula?

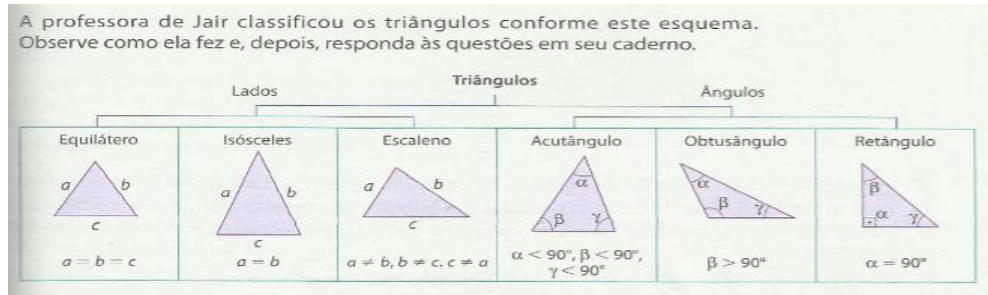
Livro didático utilizado na Escola – Projeto Araribá Matemática - 8º ano do Ensino Fundamental

13. Você já iniciou o conteúdo *Triângulos: Classificação dos Triângulos quanto aos lados e ângulos* em sala de aula? () Sim () Não
14. Utilizou ou pretende utilizar o livro didático? (pag. 71-73). () Sim () Não
15. Se utilizou, seguiu a metodologia adotada no livro para esse estudo ou fez algumas modificações? Explique.

16. Se não utilizou, explique o por quê? _____

17. Dê sua opinião sobre a abordagem do livro didático da pag. 71 e 72 sobre as questões abaixo.
OBS: Para responder, leve em conta a forma como o livro abordou o conteúdo, se as atividades e apresentação do conteúdo atribuíam aos alunos à possibilidade de observar, interpretar, construir, criar conjecturas, manipular, raciocinar, testar etc. E como poderia ser feito, caso discorde de alguma apresentação feita pelo livro.

- Apresentação da Classificação dos Triângulos quanto aos lados e ângulos (pag. 71).



- Atividade abordada sobre a classificação feita acima (pág. 71).

a) De acordo com o esquema, como os triângulos podem ser classificados considerando-se:

- a medida dos lados? *equilátero, isósceles e escaleno*
- a medida dos ângulos? *acutângulo, obtusângulo e retângulo*

b) Como podemos explicar o que é um triângulo equilátero?


c) Como você define o triângulo isósceles? E o triângulo escaleno?


d) Quando um triângulo é acutângulo?


e) O que é preciso para que um triângulo seja obtusângulo? E retângulo?


- Atividade abordada sobre classificação dos Triângulos pelas medidas dos lados e ângulos.


Use régua e transferidor e classifique os triângulos pelas medidas dos lados e dos ângulos. Responda no caderno.


a)  *escaleno e obtusângulo*

b)  *escaleno e retângulo*

c)  *equilátero e acutângulo*

d)  *escaleno e obtusângulo*

e)  *escaleno e acutângulo*

f)  *isósceles e retângulo*

18. Como você resume quais as possibilidades de ensino e aprendizagem a didática do livro oferece para as atividades apresentadas acima sobre o Estudo dos Triângulos? E qual conceito você atribuiria para esta forma de abordagem?

APÊNDICE D – ROTEIRO DA SEGUNDA ENTREVISTA PARA O PROFESSOR



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - CAMPUS IV – Litoral Norte
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática

Trabalho de Conclusão de curso – 2014.2

Questionário Avaliativo das Atividades – Professor

Para responder as questões abaixo pedimos que você observe e explore junto com os alunos as atividades desenvolvidas na intervenção sobre o conteúdo Triângulos: Classificação quanto aos lados e ângulos. Faça uma análise sobre as questões, com base nos tópicos levantados a seguir levando em conta os recursos e potencialidades do software educativo GeoGebra nas propostas apresentadas.

Sobre as atividades apresentadas no livro

1. As atividades sobre o estudo de classificação dos Triângulos apresentadas no Geogebra foram baseadas nas atividades do livro didático utilizado pela escola no 8º ano (p. 71- 72). Com base nisso dê sua opinião sobre:
 - a. Como o livro possibilitou a apresentação e realização das atividades.
 - b. Como as atividades foram apresentadas e realizadas no Geogebra.
 - c. Houve algumas modificações da apresentação do livro para a feita no Geogebra?
()sim ()não Se sim, quais?
2. As atividades do livro ofereceram contribuições ou possibilidades para os alunos:
 - a. Construírem os Triângulos? Se sim, como?
 - b. Observar os Triângulos em variadas posições? Se sim, cite um exemplo.
 - c. Manipular/testar os Triângulos construídos? Em que momento?
 - d. Interpretar, raciocinar ou criar suas próprias conclusões? Explique.

Sobre as atividades adaptadas para o Geogebra:

3. Você acha que o GeoGebra contribuiu:
 - a. Para a apresentação e realização de atividades sobre o Estudo dos Triângulos?
()sim ()não Explique:
 - b. Para a **construção** dos Triângulos estudados? ()sim () não
Explique:
 - c. Para a **exploração/movimentação** dos Triângulos? ()sim () não
Explique:

4. Quais possibilidades particulares você observou que o Geogebra oferece para:
- a. Construir os triângulos.
 - b. Trabalhar e relacionar as medidas dos lados.
 - c. Trabalhar e relacionar as medidas dos ângulos.
 - d. Foi possível, mover/ testar os triângulos construídos? () sim () não
 - e. Foi possível observar os Triângulos em variadas posições? ()sim () não
 - f. Os alunos tiveram a oportunidade e possibilidade de chegar as suas próprias conclusões?
()sim () não
5. Se você citou possibilidades na questão anterior. Responda:
- a. Você acha que o Geogebra oferece mais possibilidades de ensino do que a utilização apenas do livro didático? Comente.
 - b. Você acha que o Geogebra oferece mais possibilidades que a utilização de materiais: caderno/ lápis / quadro/ régua /compasso? Comente.
6. Qual a limitação do GeoGebra na atividade? O que ele não permitiu realizar, mas que seria importante mostrar para o estudo de Classificação dos Triângulos? Explique.
7. Houve dificuldades por parte dos alunos para utilização do Geogebra e para realização das atividades? Se sim, quais?
8. Que conceito você atribui para as adaptações das atividades realizadas no Geogebra? Porquê?